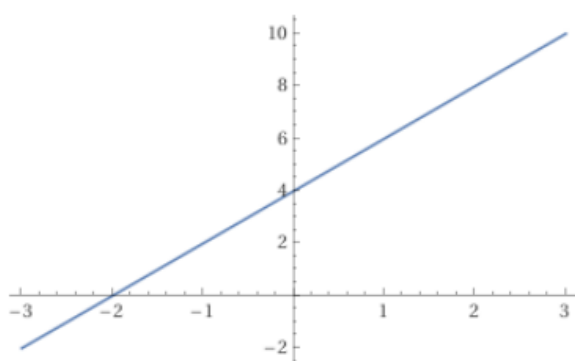
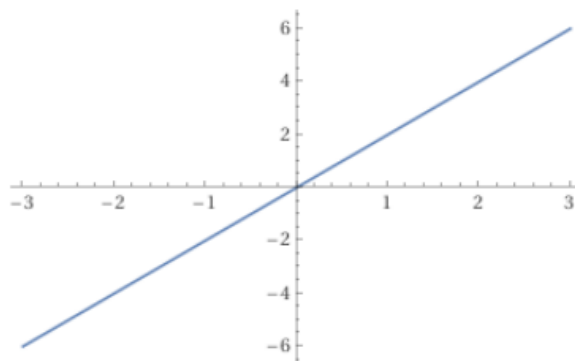




Zad. 1. Na rysunku 1 przedstawiony jest wykres funkcji $y = f(x)$:



Rys. 1



Rys. 2

Funkcja przedstawiona na rysunku 2 jest określona wzorem:

- A) $g(x) = f(x) - 2$
- B) $g(x) = f(2x)$
- C) $g(x) = f(x - 2)$
- D) $g(x) = f(x + 2)$
- E) $g(x) = f(x) + 2$

Zad. 2. Liczba $\sqrt{3^{-4}} \cdot 9^4 \cdot \left(\frac{1}{81}\right)^{-2}$ jest równa:

- A) 3^{10}
- B) 3^4
- C) 3^2
- D) 3^{14}
- E) 3^8

Zad. 3. Dane są proste opisane równaniami $y = 3x + 4$ oraz $2y - 3x + 1 = 0$. Wyznacz ich punkt przecięcia.

- A) (3;5)
- B) (-3; -5)
- C) $(-3; -\frac{5}{2})$
- D) $(-3; -\frac{2}{5})$
- E) (3; -5)

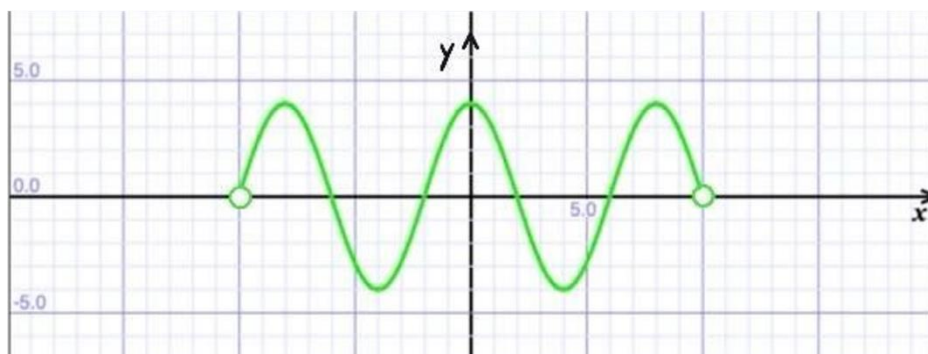
Zad. 4. Kurtka przed podwyżką o 40% kosztowała 200 zł. Ile kosztuje kurtka po ponownej podwyżce o 30%?

- A) 264
- B) 464
- C) 364
- D) 324
- E) 446

Zad. 5. Prosta o równaniu $y = 5(m - 1)x + 1$ jest prostopadła do prostej o równaniu $y = -\frac{1}{5}x + 3$. Stąd wynika, że:

- A) $m = \frac{5}{4}$
- B) $m = -\frac{5}{4}$
- C) $m = 5$
- D) $m = -2$
- E) $m = 2$

Zad. 6. Na rysunku poniżej przedstawiono wykres funkcji $f(x)$ w dziedzinie $x \in (-10, 10)$.



Miejsca zerowe funkcji $g(x) = f(x - 1)$ to:

- A) $\{-5, -1, 3, 7\}$
- B) $\{-9, -5, -1, 3, 7, 11\}$
- C) $\{-8, -4, 4, 8\}$
- D) $\{-6, -3, -1, 5\}$
- E) $\{9, 5, -1, -3, -6, -11\}$

Zad. 7. W trójkącie ABC, w którym $|AC| = 6$, poprowadzono wysokość opuszczoną z wierzchołka C na podstawę AB. Wysokość ta dzieli podstawę na odcinki $|AD| = 2$ i $|DB| = 4$. Jaka jest wartość cosinusa kąta przy wierzchołku B?

- A) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$
- B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- D) $\sqrt{2}$
- E) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

Zad. 8. Dla jakich wartości parametru m równanie $-x^2 + (m^2 - 3)x + m^2 - 6 = 0$ ma dwa różne rozwiązania?

- A) $m \in (-\sqrt{5}, \sqrt{5})$
- B) $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$
- C) $m \in (-\infty, -\sqrt{5}) \cup (\sqrt{5}, \infty)$
- D) $m \in (-\infty, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{5}, \infty)$
- E) $m \in (-\infty, -3) \cup (5, \infty)$

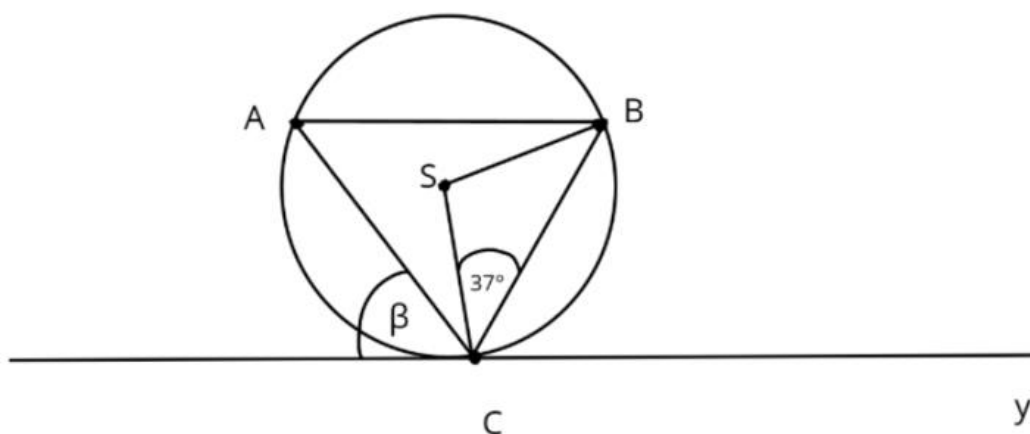
Zad. 9. Oblicz wartość wyrażenia $(a + b)^3 - (a - b)^3 - (a^{1,5} + b^{1,5})(a^{1,5} - b^{1,5}) - 6a^2b - b^3$

dla $a = \sqrt[3]{7 + 5\sqrt{2}}$, $b = \sqrt[3]{7 - 5\sqrt{2}}$

Poprawna odpowiedź to:

- A) $7 - 15\sqrt{2}$
- B) $7 - 5\sqrt{2}$
- C) $7 + 5\sqrt{2}$
- D) $7 + 15\sqrt{2}$
- E) $14 - 15\sqrt{2}$

Zad. 10. Dany jest okrąg o środku S. Poprowadzona prosta y jest styczną. Oblicz kąt β wiedząc, że odcinki AC i BA są równej długości.



- A) $60,5^\circ$
- B) $63,5^\circ$
- C) $65,5^\circ$
- D) $70,5^\circ$
- E) $62,5^\circ$

Zad. 11. Czas połowicznego rozpadu izotopu to czas, po upływie którego ze 100% początkowej masy danego izotopu pozostanie 50% masy tego izotopu. Zależność masy danego izotopu od czasu wyraża się zatem wzorem:

$$m = m_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}},$$

gdzie: m – masa izotopu po upływie czasu t , m_0 – początkowa masa izotopu (dla czasu $t = 0$), T – czas połowicznego rozpadu danego izotopu, t – czas, który upłynął od chwili początkowej. W laboratorium obserwowano rozpad pewnego izotopu, który oznaczmy jako X. Dokładnie po upływie 14 dni oraz 26 dni od chwili początkowej wyznaczano masę rozpatrywanego izotopu. Wyznaczone masy wynosiły kolejno: 3,25 g oraz $0,8125 \cdot \sqrt{2}$ g. Czas połowicznego rozpadu izotopu X wynosi:

- A) 16 dni
- B) 14 dni
- C) 12 dni
- D) 10 dni
- E) 8 dni

Zad. 12. Ile musi wynosić parametr k w równaniu:

$$2k^2x - 15x - 4k - k^2 = -2kx - 5 + k^2x$$

tak aby miało ono nieskończoną liczbę rozwiązań?

- A) $k = 3$
- B) $k = -5$
- C) $k = 1$
- D) $k = 2$
- E) $k = 0$

Zad. 13. Wielomian $x^3 + ax^2 + bx + c$ jest podzielny przez $x^2 + 8x + 15$, a przy dzieleniu przez $x + 4$ daje resztę 8.

Oblicz a, b, c .

A) $a = 4, b = -17, c = -60$

B) $a = -4, b = -17, c = 60$

C) $a = 4, b = 17, c = 60$

D) $a = -4, b = -17, c = -60$

E) $a = 4, b = 17, c = -60$

Zad. 14. Jeśli $a = \log_2 5, b = \log_2 3, c = \log_2 7$, to $\log_{168} 3150 = ?$

A) $\frac{2a+2b+c+1}{3a+b+c+1}$

B) $\frac{2a+2b+c+1}{3+b+c}$

C) $\frac{3a+b+c+1}{3+b+c}$

D) $\frac{3a+b+c+1}{2a+2b+c+1}$

E) $\frac{3+b+c}{2a+2b+c+1}$

Zad. 15. Dany jest czworokąt ABCD, w którym $|BC| = 4, |DC| = 5, |AC| = 6$ i $|AD| = |BD|$, ponadto $\cos \alpha$ wynosi 0,25. Oblicz $\cos \beta$, wiedząc, że w ten czworokąt można wpisać okrąg.

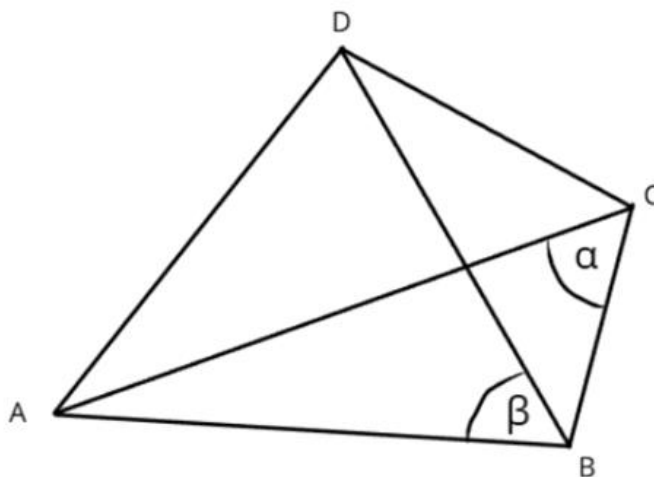
A) $\cos \beta = \frac{7-\sqrt{10}}{49}$

B) $\cos \beta = \frac{29}{\sqrt{10}}$

C) $\cos \beta = \frac{\sqrt{10}}{2}$

D) $\cos \beta = \frac{20-\sqrt{10}}{39}$

E) $\cos \beta = \frac{12+\sqrt{10}}{41}$



Odpowiedzi: 13A, 14B, 15D

Zad. 16. W trójkącie ABC na bokach AB i AC wyznaczono odpowiednio punkty E i F takie, że $EF \parallel BC$, dodatkowo wiadomo, że odcinek EF przecina środkową CD w punkcie G. Ponadto, $|EG| = 3$ i $|FG| = 6$.

Odcinek BC ma długość:

- A) 12,5
- B) 9
- C) 15
- D) 12
- E) 17

Zad. 17. Jaka jest największa liczba całkowita spełniająca nierówność:

$$\left| 6 + \sqrt{x^2 + 6x + 9} \right| < |-x + 5| + 9$$

- A) $x = -2$
- B) $x = -1$
- C) $x = 0$
- D) $x = 1$
- E) $x = 2$

Zad. 18. Wyznacz równanie okręgu, na którym leżą punkty $A = (4, 4)$, $B = (-4, -2)$ i $C = (x, y)$, leżący w IV ćwiartce. Wektor BC ma długość $\sqrt{50}$ i leży na prostej, która przecina prostą AB pod kątem α takim, że $\tan \alpha$ jest równy 1. Napisz równania stycznych do tego okręgu, prostopadłych do prostej o równaniu $4x + 3y - 113 = 0$.

- A) $y = \frac{3}{4}x + \frac{29}{4}$ i $y = \frac{3}{4}x - \frac{29}{4}$
- B) $y = \frac{3}{4}x + \frac{21}{4}$ i $y = \frac{3}{4}x - \frac{21}{4}$
- C) $y = \frac{3}{4}x + \frac{29}{4}$ i $y = \frac{3}{4}x - \frac{21}{4}$
- D) $y = \frac{3}{4}x + \frac{21}{4}$ i $y = \frac{3}{4}x - \frac{29}{4}$
- E) $y = \frac{3}{4}x + \frac{19}{4}$ i $y = \frac{3}{4}x + \frac{9}{4}$

Zad. 19. W trójkącie ABC dane są długości boków $|AB| = 7$ i $|AC| = 5$. Kąt $|\angle BAC| = \alpha$ spełnia warunek $\cos \alpha = \frac{1}{7}$.

Oblicz stosunek długości promienia okręgu wpisanego w ten trójkąt do długości promienia okręgu opisanego na tym trójkącie.

A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

B) $\frac{\sqrt{3}}{7}$

C) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$

D) $\frac{3}{7}$

E) $\frac{3\sqrt{3}}{7}$

Zad. 20. Parą rozwiązań poniższego równania:

$$\sin^2 x = 3 \sin x \cos x - 1$$

są między innymi:

A) $-\frac{11}{4}\pi, -\frac{20}{4}\pi$

B) $-\frac{7}{4}\pi, \frac{11}{4}\pi$

C) $\frac{1}{4}\pi, -\frac{21}{4}\pi$

D) $\frac{9}{4}\pi, -\frac{14}{4}\pi$

E) $\frac{17}{4}\pi, -\frac{15}{4}\pi$