Zad. 1.

W pewnej firmie pracuje trzech mężczyzn – pan Adrian, pan Marcin i pan Zbigniew. Pan Adrian zarabia o 20% mniej niż pan Marcin, a pan Zbigniew zarabia o 24% więcej niż pan Marcin. O ile procent więcej zarabia pan Zbigniew niż pan Adrian?

A) o 44%

B) o 47%

C) o 51%

D) o 55%

E) o 59%

Zad. 2.

Liczba $\frac{3^{-\frac{1}{3}}\cdot\left(\sqrt{5}\right)^{8}}{\sqrt[3]{9}}\cdot\frac{1}{125}$ jest równa:

A) $\frac{3}{5}$

B) $\frac{5}{3}$

C) $3\cdot 5$

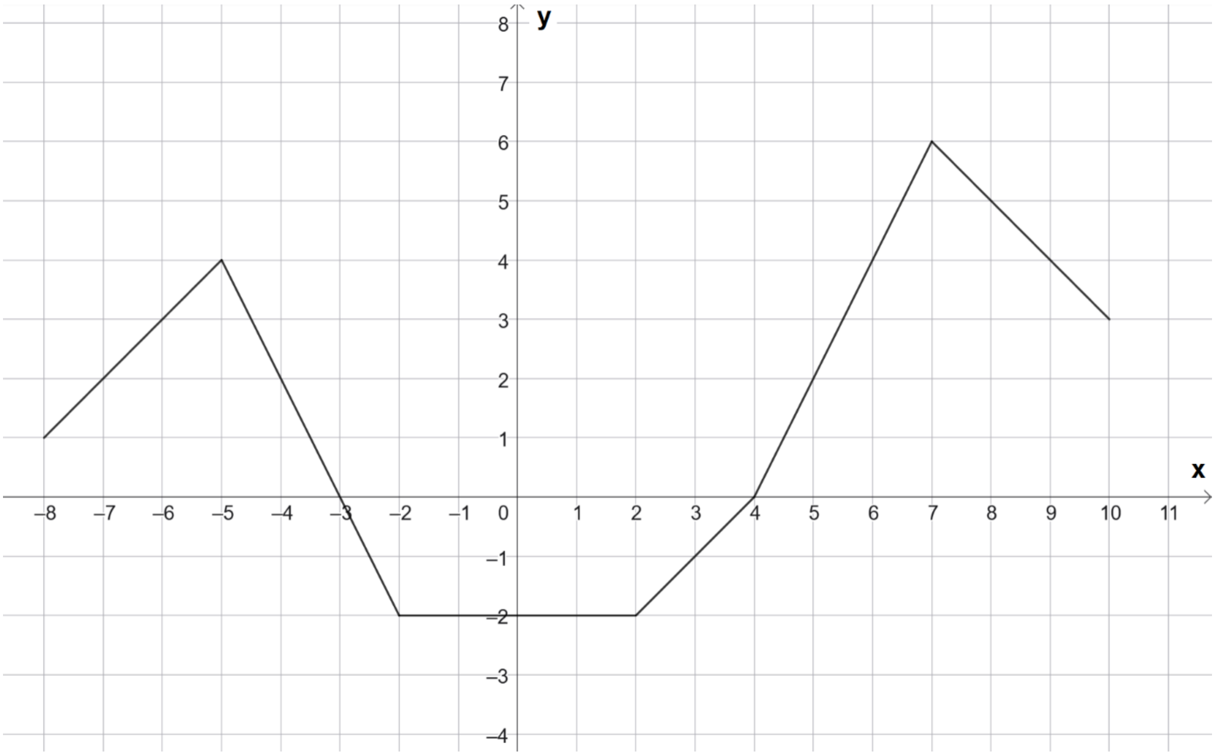
D) $\frac{9}{25}$

E) $\frac{25}{9}$

Odpowiedzi: 1D, 2B, 3B, 4E, 5B, 6C, 7B, 8C, 9C, 10D, 11D, 12A, 13D, 14E, 15C, 16C, 17E, 18D, 19A, 20B

Zad. 3.

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f.



Wartość wyrażenia $f(-5) + f(7) \cdot f(0)$ jest równa:

A) -5

B) -8

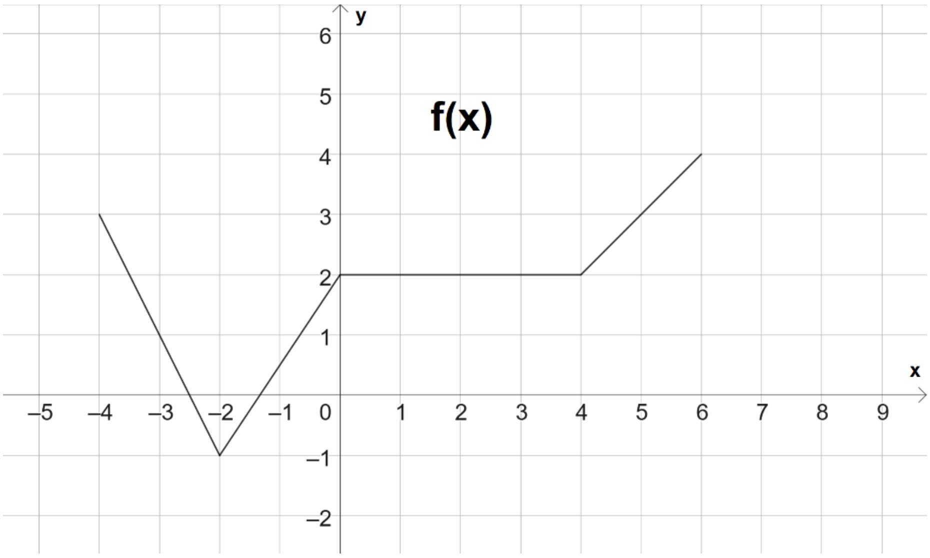
C) 4

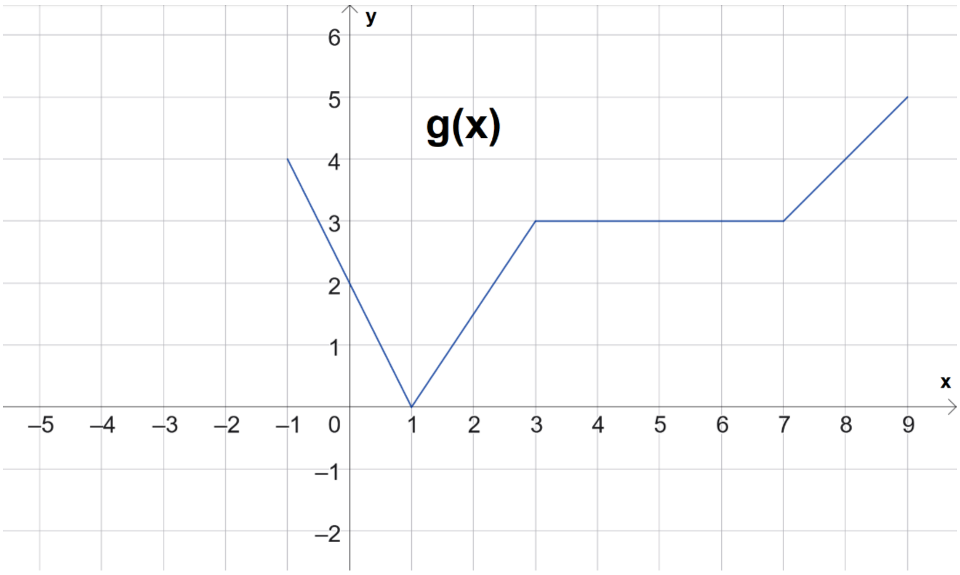
D) 14

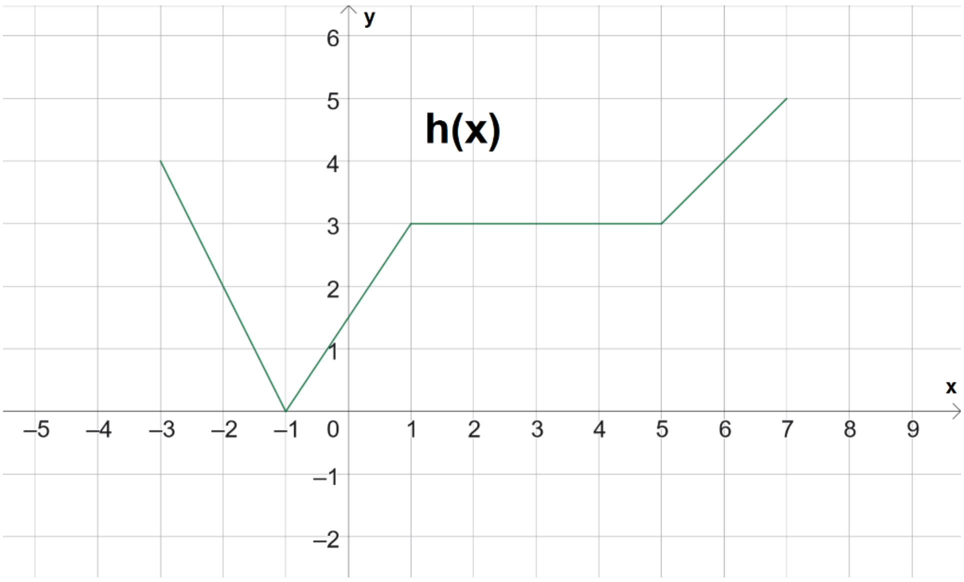
E) 0

Zad. 4.

Wykres funkcji $f(x)$ przesunięto o wektor i otrzymano w ten sposób wykres funkcji $g(x)$. Następnie wykres tak otrzymanej funkcji $g(x)$ przesunięto o kolejny wektor, otrzymując w ten sposób wykres funkcji $h(x)$. Wykresy funkcji $f(x)$, $g(x)$ i $h(x)$ przedstawiono na rysunkach.







Wybierz odpowiedź zawierającą poprawnie zapisane relacje między wzorami opisującymi funkcje $f(x)$, $g(x)$ i $h(x)$:

A) $g(x) = f(x-3)+1; \quad h(x) = g(x)-2$

B) $g(x) = f(x+3)+1; \quad h(x) = g(x-2)$

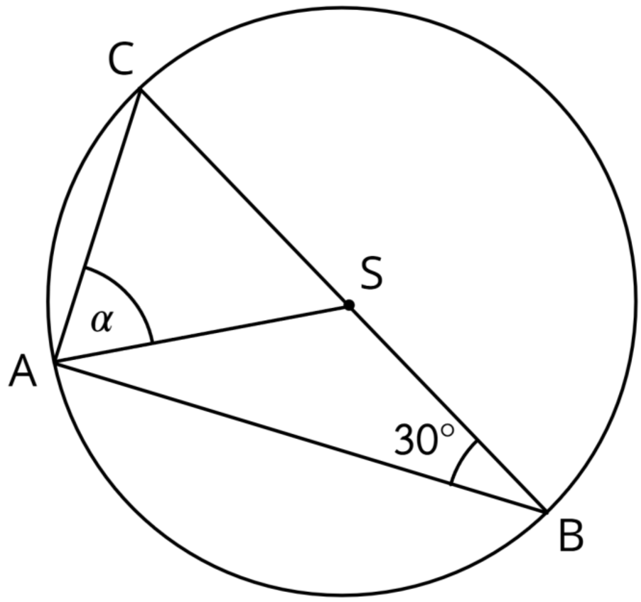
C) $g(x) = f(x-3)-1; \quad h(x) = g(x-2)$

D) $g(x) = f(x+3)-1; \quad h(x) = g(x+2)$

E) $g(x) = f(x-3)+1; \quad h(x) = g(x+2)$

Zad. 5.

Na trójkącie ABC opisano okrąg o środku w punkcie S. Sytuację przedstawiono na rysunku.



Sinus kąta α wynosi:

A) $-\frac{1}{2}$

B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

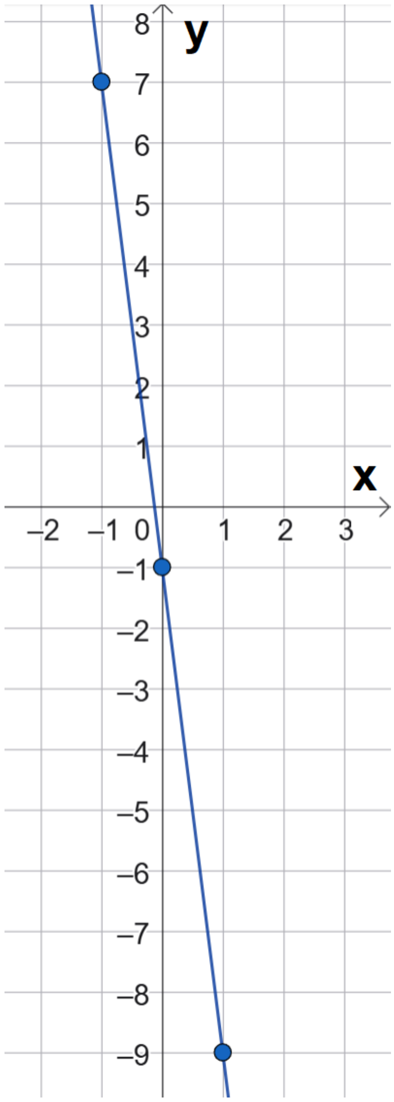
C) $\frac{1}{2}$

D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

E) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

Zad. 6.

Oblicz ile wynosi cosinus kąta skierowanego między dodatnią półosią OX a narysowaną prostą będącą wykresem pewnej funkcji liniowej. Zaznaczone punkty kratowe należą do wykresu tej funkcji oraz mają obie współrzędne całkowite.



A) $\frac{-\sqrt{2}}{10}$

B) $\frac{\sqrt{2}}{10}$

C) $\frac{-\sqrt{65}}{65}$

D) $\frac{\sqrt{65}}{65}$

E) prosta nie przechodzi przez początek układu współrzędnych więc nie da się tego obliczyć

Zad. 7.

Na rysunku przedstawiono fragmenty wykresów funkcji kwadratowej f oraz funkcji liniowej g, której równanie podano na rysunku (z niewiadomym współczynnikiem b). Punkty A, B, C, D to punkty o wszystkich współrzędnych będących liczbami całkowitymi. Punkty A i B to punkty przecięcia wykresu funkcji f z osią OX, a punkt C to punkt przecięcia wykresu funkcji g z osią OX. Punkt D to punkt przecięcia wykresu zarówno funkcji f, jak i funkcji g z osią OY.

Maksymalna wartość funkcji f wynosi:

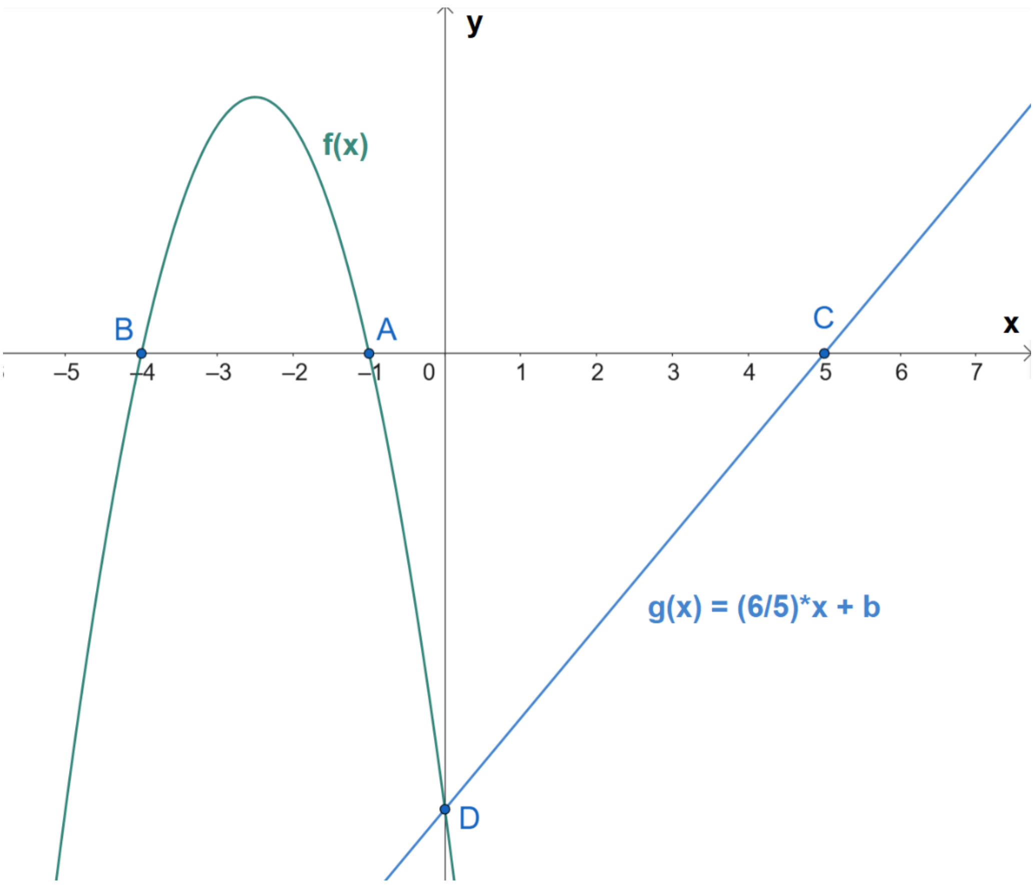
A) $\frac{26}{8}$

B) $\frac{27}{8}$

C) $\frac{28}{8}$

D) $\frac{29}{8}$

E) $\frac{30}{8}$



Zad. 8.

Wyrażenie $(x+y)^3+(x-y)^3+(x+y)^2+(x-y)^2$ jest równe:

A) $2\cdot[x^2(x+1)+y^2(x+1)]$

B) $2\cdot[x^2(3x+1)+y^2(x+1)]$

C) $2\cdot[x^2(x+1)+y^2(3x+1)]$

D) $2\cdot[x^2(3x+1)+y^2(3x+1)]$

E) żadne z powyższych

Zad. 9.

Odległość między miejscowościami A i B wynosi 100 km. W pewnej chwili w czasie z miejscowości A w stronę miejscowości B wyjeżdża pan Andrzej. W tym samym momencie z miejscowości B w stronę miejscowości A wyjeżdża pan Bogdan. Obaj panowie poruszają się po tej samej prostej drodze łączącej obie miejscowości. Pan Andrzej jedzie z prędkością o wartości 50 km/h, a pan Bogdan z prędkością o wartości 100 km/h. Rozpatrywana droga łącząca obie miejscowości przebiega w punkcie odległym o 25 km od miejscowości B przez las, w którym żyją sarny. Podczas podróży pan Andrzej trafił w tym miejscu w sarnę, a jego samochód został zatrzymany i pozostał w miejscu. Po jakim czasie od momentu rozpoczęcia ich podróży panowie Andrzej i Bogdan spotkają się ze sobą w drodze?

A) $\frac{1}{2}$ godziny

B) 15 minut

C) 40 minut

D) 1,5 godziny

E) 3600 sekund

Zad. 10.

Stosunek pola koła opisanego na sześciokącie foremnym do pola koła wpisanego w ten sześciokąt jest równy:

A) $\frac{3}{4}$

B) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

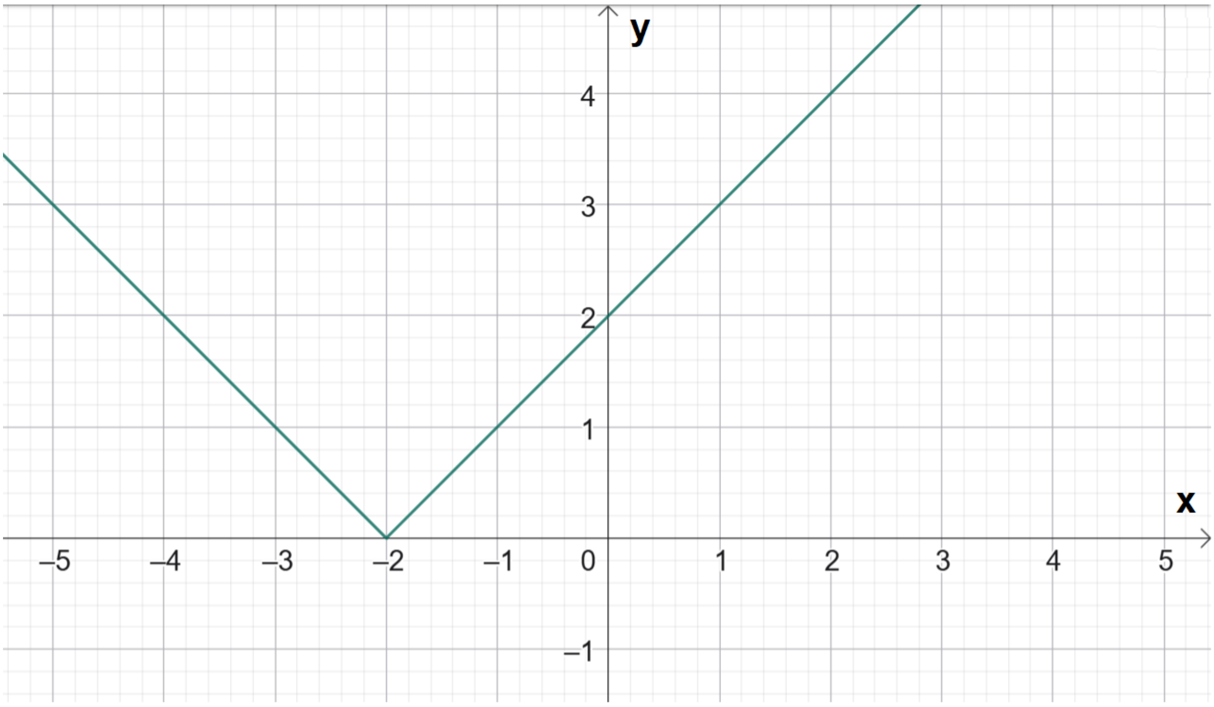
C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D) $\frac{4}{3}$

E) nie da się tego stwierdzić, ponieważ nie jest podana długość boku sześciokąta.

Zad. 11:

Na rysunku poniżej przedstawiono wykres funkcji $f(x)$. Punkty przecięcia wykresu tej funkcji z osiami układu współrzędnych są liczbami całkowitymi.



Liczba całkowitych dodatnich rozwiązań nierówności $|x^2 - 2x - 8| - f(x) < 5$ jest równa:

A) 1

B) 2

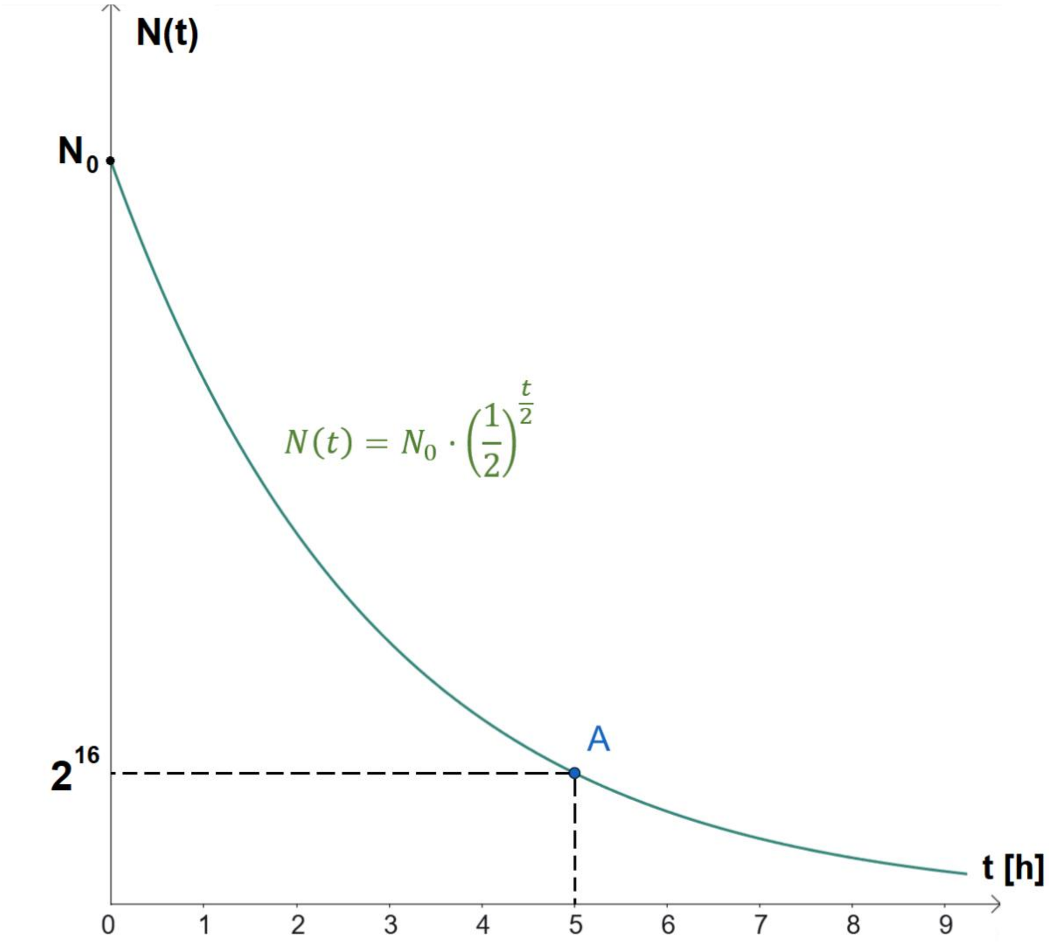
C) 3

D) 4

E) 5

Zad. 12.

Zależność liczby jąder N pewnego izotopu promieniotwórczego od czasu t wyrażonego w godzinach przedstawiono graficznie na poniższym rysunku. Na rysunku podano również jawnie tę zależność, gdzie N_0 to początkowa liczba jąder (czyli w chwili $t = 0$) tego izotopu. Na rysunku zawarto także punkt A, który należy do wykresu omawianej zależności.



Liczba jąder tego izotopu po upływie 12 godzin od chwili początkowej (czyli dla $t = 12$) wynosi (dopuszczamy również niecałkowite wartości liczby jąder N):

A) $2^{\frac{25}{2}}$

B) $2^{\frac{26}{2}}$

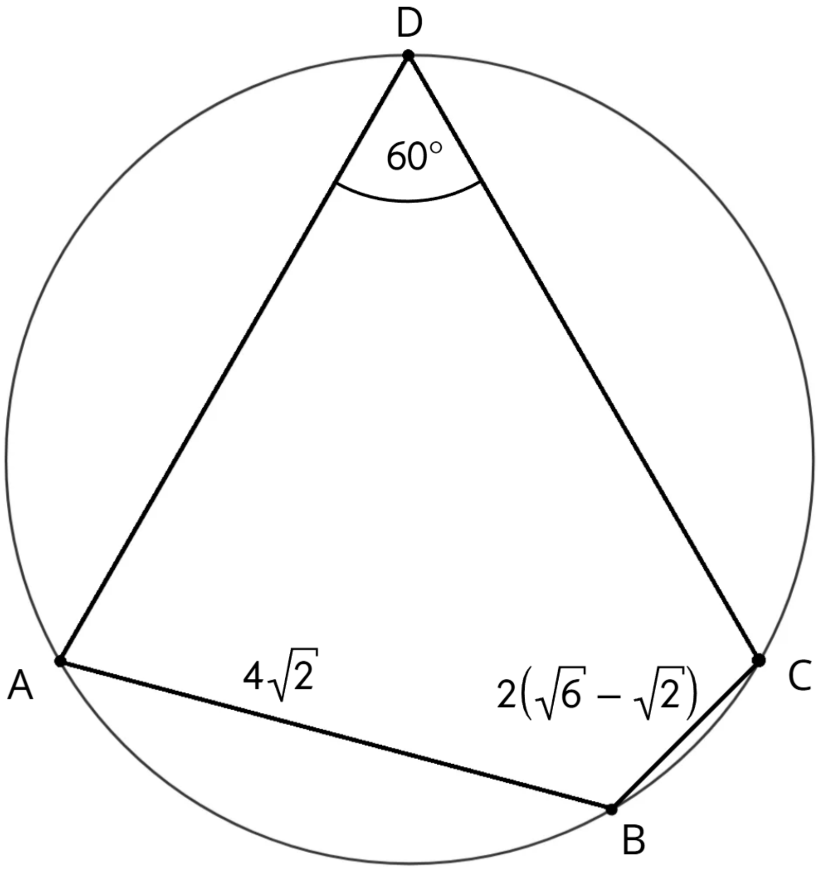
C) $2^{\frac{27}{2}}$

D) $2^{\frac{28}{2}}$

E) $2^{\frac{29}{2}}$

Zad. 13.

Czworokąt ABCD jest wpisany w okrąg. Na rysunku poniżej przedstawiono ten czworokąt oraz zaznaczono na nim długości boków AB i BC tego czworokąta, a także miarę kąta CDA.



Promień okręgu opisanego na czworokącie ABCD jest równy:

A) $\frac{4\sqrt{3}}{2}$

B) $\frac{6\sqrt{2}}{2}$

C) $\frac{7}{2}$

D) $\frac{8}{2}$

E) $\frac{9}{2}$

Zad. 14.

Parametr m dobrano tak, że każda liczba rzeczywista jest rozwiązaniem następującego równania z niewiadomą x:

$$(m^3 - 3m^2 - 9m + 27) \cdot x = m^2 + m - 12$$

Wynika stąd, że m jest równy:

A) 11

B) -4

C) 0

D) 2

E) 3

Zad. 15.

Dany jest układ równań:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = xy + z \\ x^3 + y^3 = xz \\ z + x = 2 \end{cases}$$

Ile jest takich trójek liczb (x, y, z), które go spełniają?

A) 0 (układ sprzeczny)

B) 1

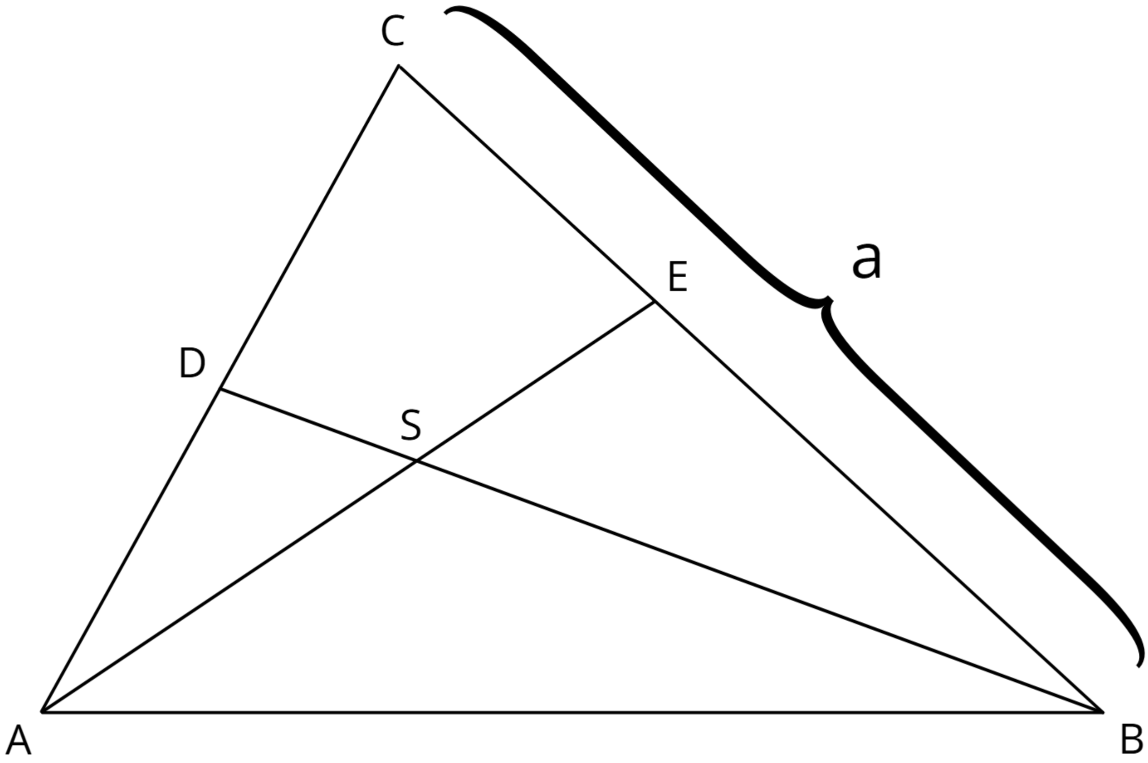
C) 2

D) 3

E) nieskończenie wiele (układ nieoznaczony)

Zad. 16.

Dany jest trójkąt ABC, w którym |BC| = a. Z wierzchołka B poprowadzono środkową BD do boku AC. Punkt S dzieli odcinek BD na dwie części w taki sposób, że $\frac{|BS|}{|BD|} = \frac{3}{4}$. Przez punkty A i S poprowadzono prostą, która przecięła bok BC w punkcie E (patrz rysunek – uwaga: stosunki długości na rysunku niekoniecznie odpowiadają danym).



Długość odcinka CE wynosi:

A) $\frac{6}{20}\ a$

B) $\frac{7}{20}\ a$

C) $\frac{8}{20}\ a$

D) $\frac{9}{20}\ a$

E) $\frac{10}{20}\ a$

Zad. 17.

Poniższe równanie trygonometryczna posiada klika rozwiązań rzeczywistych zawartych w przedziale $[-\pi, \pi]$:

$$(\sin 2x)^2 + 2 \cdot \sin 2x \cdot \sin x - \cos 2x - 2 \cdot \cos^2 x - 3 \cdot \cos x - \frac{3}{4} = 0$$

Różnica pomiędzy największym a najmniejszym z tych rozwiązań wynosi:

A) $\frac{2}{3}\pi$

B) $\frac{5}{6}\pi$

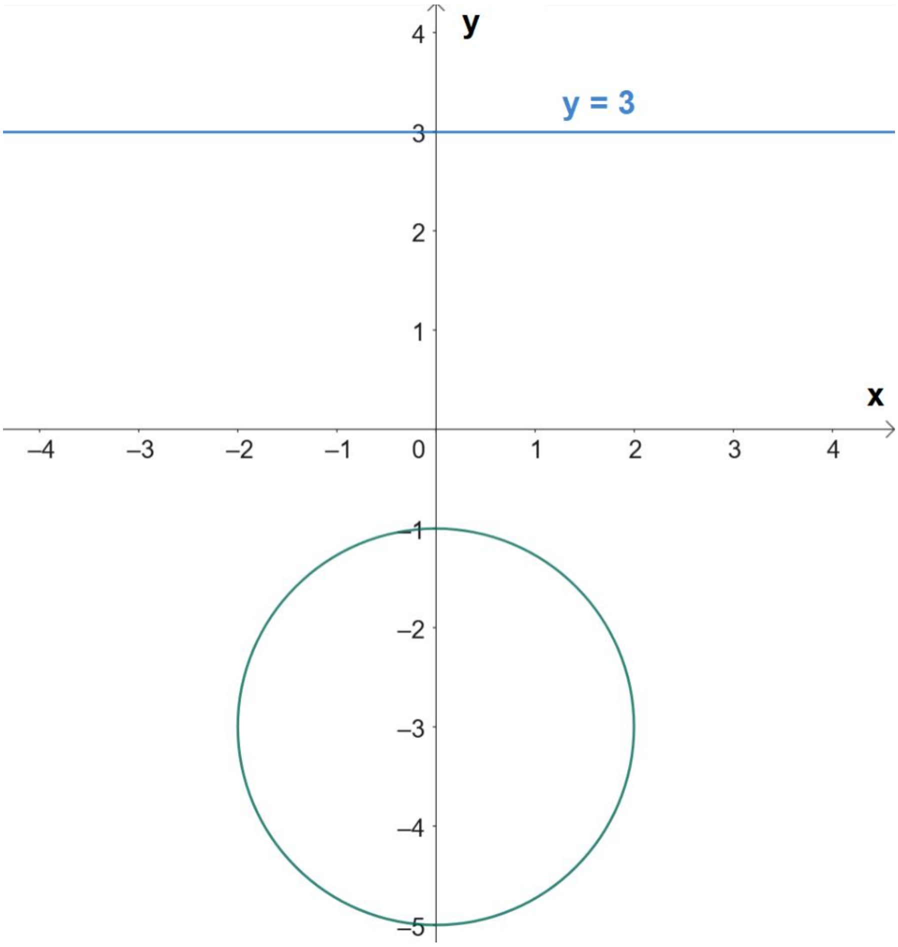
C) π

D) $\frac{7}{6}\pi$

E) $\frac{4}{3}\pi$

Zad. 18.

Na rysunku poniżej przedstawiono wykres funkcji stałej oraz okrąg O_1 – oba zawarte w kartezjańskim układzie współrzędnych. Wartości, w których okrąg przecina się z osią OY są liczbami całkowitymi.



Istnieje nieskończenie wiele okręgów, które są jednocześnie styczne zewnętrznie do przedstawionego na rysunku okręgu O_1 i styczne do przedstawionego na rysunku wykresu funkcji stałej. Krzywa zawierająca środki tych wszystkich okręgów opisywana jest następującym równaniem (gdzie a, b i c to współczynniki liczbowe): $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Współczynnik a jest równy:

A) $-\frac{1}{6}$

B) $-\frac{1}{8}$

C) $-\frac{1}{12}$

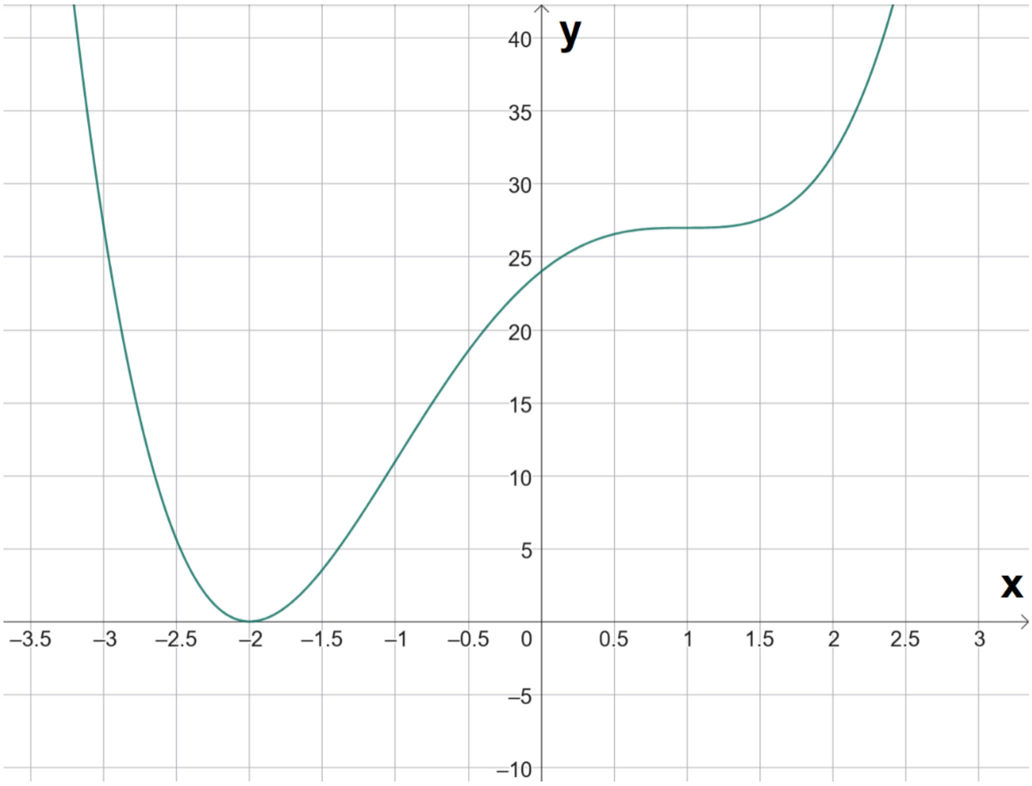
D) $-\frac{1}{16}$

Odpowiedzi: 1D, 2B, 3B, 4E, 5B, 6C, 7B, 8C, 9C, 10D, 11D, 12A, 13D, 14E, 15C, 16C, 17E, 18D, 19A, 20B

E) $-\frac{1}{24}$

Zad. 19.

Na rysunku przedstawiono graficznie wykres wielomianu $W(x)$ czwartego stopnia, który przechodzi przez punkty: A (-3 ; 27), B (-2 ; 0), C (0 ; 24), D (1 ; 27).



Oblicz sumę współczynników liczbowych stojących przy parzystych potęgach zmiennej x w wielomianie $Q(x)$, gdzie $Q(x) = [W(x)]^{2026}$.

A) $\frac{27^{2026} + 11^{2026}}{2}$

B) $\frac{3^{2026} + 11^{2026}}{2}$

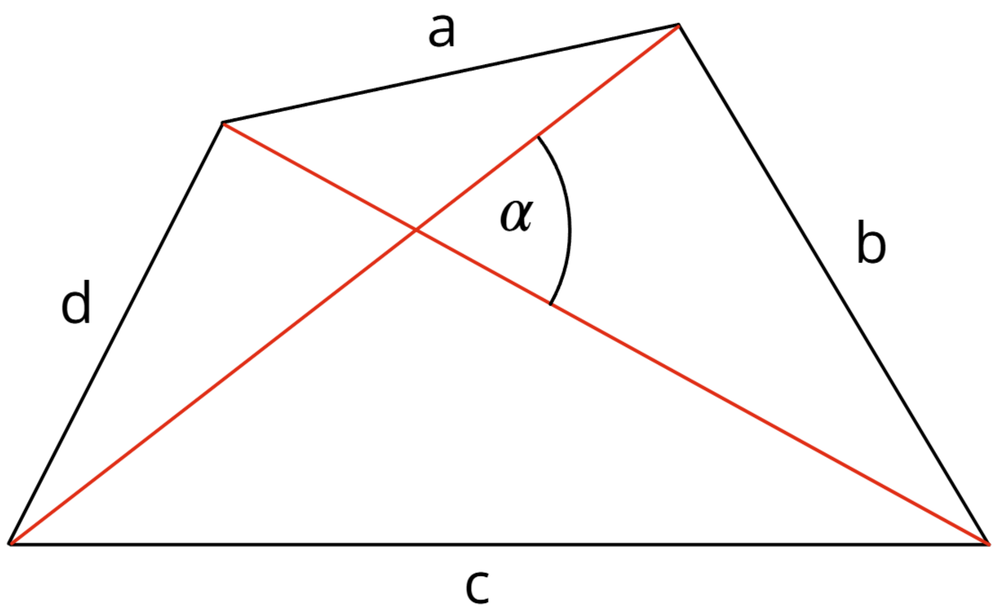
C) $\frac{27^{2026} + 1^{2026}}{2}$

D) $\frac{27^{2026} + 11^{2026}}{2026}$

E) 0

Zad. 20.

Boki czworokąta wypukłego wynoszą odpowiednio: $a = 7$, $b = 20$, $c = 24$, $d = 15$. Oblicz cosinus kąta α zaznaczonego na rysunku pomiędzy przekątnymi czworokąta.



A) $\frac{1}{2}$

B) 0

C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$