CENTRALNA
KOMISJA
EGZAMINACYJNA

EGZAMIN MATURALNY

W ROKU SZKOLNYM 2017/2018

FIZYKA I ASTRONOMIA

POZIOM ROZSZERZONY

FORMUŁA DO 2014

(„STARA MATURA")

ZASADY OCENIANIA ROZWIĄZAŃ ZADAŃ

ARKUSZ MFA-R1

MAJ 2018

Uwaga: Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.

Zadanie 1.1. ***(2 pkt)***

Obszar standardów	Opis wymagań
Korzystanie z informacji.	Rysowanie wykresu zależności dwóch wielkości fizycznych (II.4.b).

Schemat punktowania

2 p. – opisanie i wyskalowanie prawidłowo zorientowanych osi oraz prawidłowe narysowanie wykresu zależności prędkości od czasu.

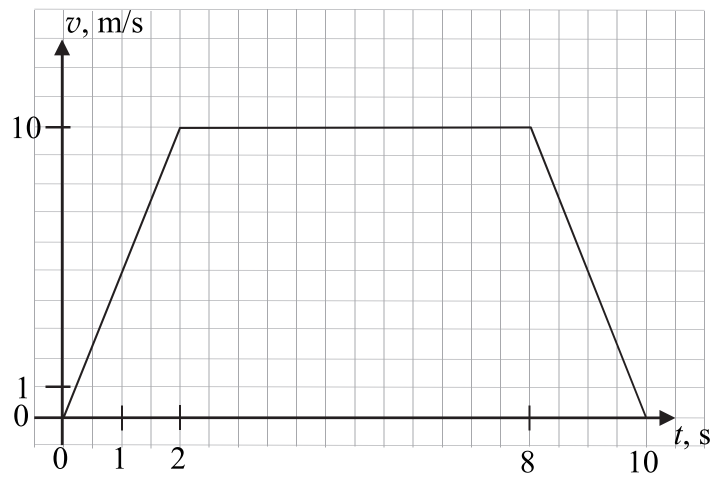
1 p. – narysowanie wykresu zależności prędkości od czasu o poprawnym kształcie trapezu oraz poprawna orientacja i oznaczenie obu osi (symbol, jednostka) lub poprawna orientacja i wyskalowanie obu osi

lub

– poprawna orientacja, wyskalowanie i oznaczenie obu osi oraz prawidłowe narysowanie wykresu co najmniej w jednym z przedziałów.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie



Zadanie 1.2. ***(3 pkt)***

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Obliczanie wartości prędkości średniej i chwilowej, przyspieszenia, drogi i czasu w ruchu jednostajnym oraz jednostajnie zmiennym (P I.1.1.3).
Tworzenie informacji.	Budowanie prostych modeli matematycznych do opisu zjawisk (P III.3).

Schemat punktowania

3 p. – prawidłowe obliczenie drogi obydwu samochodów i prędkości maksymalnej drugiego samochodu, wyniki podane z jednostkami.

2 p. – prawidłowe obliczenie drogi pierwszego samochodu oraz prawidłowa metoda obliczenia prędkości maksymalnej drugiego samochodu (np. zapisanie równań równoważnych jak sposobie 1. lub 2. przedstawionego rozwiązania)

lub

– prawidłowa metoda obliczenia drogi pierwszego samochodu (z błędem rachunkowym) oraz obliczenie prędkości maksymalnej drugiego samochodu wynikającej z obliczonej drogi

lub

– prawidłowa metoda obliczenia przyspieszenia (lub opóźnienia) drugiego samochodu i prawidłowy wynik z jednostką

lub

– prawidłowe obliczenie prędkości maksymalnej drugiego samochodu.

1 p. – prawidłowa metoda obliczenia drogi przebytej przez pierwszy samochód i prawidłowy wynik z jednostką

lub

– prawidłowa metoda obliczenia drogi pierwszego samochodu oraz prawidłowa metoda obliczenia prędkości maksymalnej drugiego samochodu.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązania

Sposób 1. („metoda pola”)

Korzystamy z twierdzenia, że pole pod wykresem wartości prędkości od czasu jest równe drodze przebytej przez ciało w danym czasie (przy odpowiednio wyskalowanych osiach). Zapisujemy wzór na drogę dla pierwszego samochodu:

$$s_1 = \frac{1}{2} \cdot \left(10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \cdot 10\ \mathrm{s} = 80\ \mathrm{m}$$

Maksymalną wartość prędkości drugiego samochodu obliczamy z warunku zadania oraz ze wzoru na drogę wykorzystującego metodę pola.

$$s_1 = s_2 \quad \text{oraz} \quad s_2 = \frac{1}{2} v_{2\mathrm{max}} \cdot (5\ \mathrm{s} + 5\ \mathrm{s}) \quad \rightarrow \quad 80\ \mathrm{m} = \frac{1}{2} v_{2\mathrm{max}} \cdot 10\ \mathrm{s} \quad \rightarrow \quad v_{2\mathrm{max}} = 16\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Sposób 2. (z równań ruchu)

Obliczamy drogę, jaką przebył pierwszy samochód:

$$s_1 = \frac{1}{2} \cdot 2\ \mathrm{s} \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 6\ \mathrm{s} \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + \frac{1}{2} \cdot 2\ \mathrm{s} \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 80\ \mathrm{m}$$

Obliczamy przyspieszenie (oraz opóźnienie) drugiego samochodu, wiedząc, że $s_2 = s_1$:

$$\left(\frac{s_2}{2}\right) = \frac{1}{2} a \left(\frac{t}{2}\right)^2 \quad \rightarrow \quad a = \frac{4 s_2}{t^2} \quad \rightarrow a = \frac{320}{10^2}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 3{,}2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Obliczamy v_{2max}:

$$v_{2max} = a\left(\frac{t}{2}\right) = 3{,}2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 5\ \mathrm{s} = 16\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Zadanie 1.3. *(2 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Obliczanie wartości prędkości średniej i chwilowej, przyspieszenia, drogi i czasu w ruchu jednostajnym oraz jednostajnie zmiennym (P I.1.1.3).
Korzystanie z informacji.	Rysowanie wykresu zależności dwóch wielkości fizycznych (II.4.b).

Schemat punktowania

2 p. – prawidłowe podpisanie osi, prawidłowe zaznaczenie wartości drogi w piątej i dziesiątej sekundzie ruchu, prawidłowy kształt wykresu (funkcja rosnąca, do piątej sekundy wypukła, od piątej sekundy wklęsła).

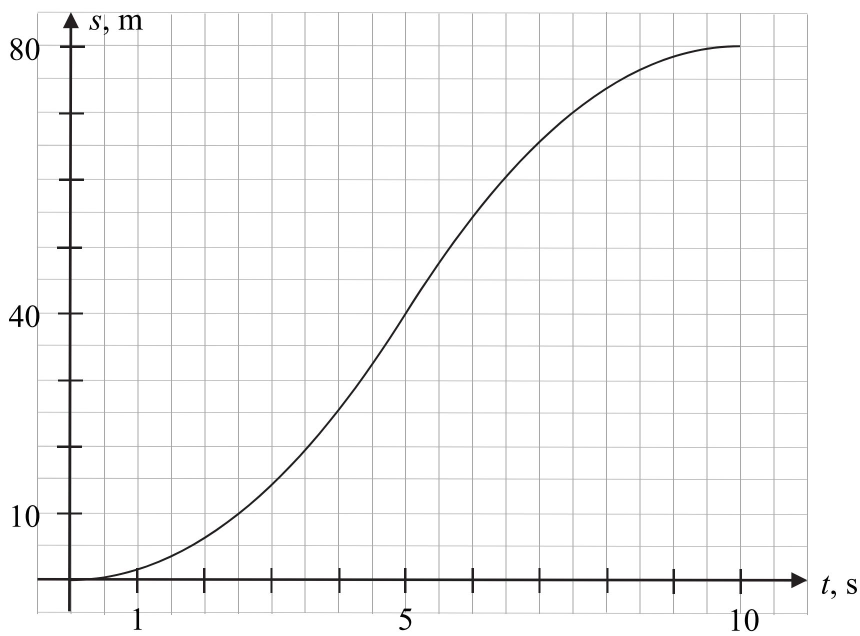
1 p. – narysowanie prawidłowego kształtu wykresu (funkcja rosnąca, do piątej sekundy wypukła, od piątej sekundy wklęsła) i brak poprawnego opisu osi lub wartości w piątej i dziesiątej sekundzie

lub

– prawidłowe podpisanie osi wykresu oraz prawidłowe zaznaczenie wartości drogi w piątej i dziesiątej sekundzie ruchu (błędny kształt wykresu).

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawne rozwiązanie



Kształt części wykresu $s(t)$ do piątej sekundy oraz styczna (lewostronna) do wykresu w piątej sekundzie wynikają z równań ruchu drugiego samochodu podczas przyspieszania:

$$s(t) = \frac{1}{2}at^2 = 1{,}6 \cdot t^2\ ,\ \ v(t) = at = 3{,}2 \cdot t$$

Prędkość w piątej sekundzie ruchu wynosi 16 m/s i jest to współczynnik kierunkowy stycznej do wykresu s(t) w t=5 s. Kształt wykresu $s(t)$ od piątej do dziesiątej sekundy, oraz styczna (prawostronna) do wykresu w piątej sekundzie wynikają z równań ruchu drugiego samochodu podczas hamowania:

$$s(t) = x_0 + v_0(t-5) - \frac{1}{2}a(t-5)^2 = 40 + 16(t-5) - 1{,}6 \cdot (t-5)^2$$

$$v(t) = v_0 - a(t-5) = 16 - 3{,}2(t-5) \quad \rightarrow \quad v(5\ \mathrm{s}) = 16\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Zadanie 1.4. ***(3 pkt)***

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie zasad dynamiki do matematycznego opisu ruchu (I.1.1.4). Uwzględnianie siły tarcia do matematycznego opisu ruchu (I.1.1.6).
Tworzenie informacji.	Budowanie prostych modeli matematycznych i fizycznych do opisu zjawisk (P III.3).

Schemat punktowania

3 p. – prawidłowa metoda, poprawne wyniki obliczeń i ustalenie, że paczka nie będzie przesuwała się po podłożu bagażnika.

2 p. – obliczenie siły wypadkowej działającej na paczkę, zidentyfikowanie jej z siła tarcia oraz obliczenie maksymalnej siły tarcia, jaka mogłaby działać na paczkę.

1 p. – zidentyfikowanie siły wypadkowej działającej na paczkę jako siły tarcia i obliczenie jej z drugiej zasady dynamiki

lub

– wyznaczenie maksymalnej siły tarcia, jaka może działać na paczkę.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Jeżeli paczka nie przesuwałaby się po podłożu bagażnika, to oznaczałoby, że porusza się ona względem ziemi z takim przyspieszeniem, z jakim porusza się samochód. Obliczymy to przyspieszenie (lub wykorzystamy wynik z zadania 1.2.) Obliczamy przyspieszenie (oraz opóźnienie) drugiego samochodu, wiedząc, że $s_2 = s_1 = 80$ m:

$$\left(\frac{s_2}{2}\right) = \frac{1}{2}a\left(\frac{t}{2}\right)^2 \ \rightarrow\ a = \frac{4s_2}{t^2} \ \rightarrow a = \frac{320}{10^2}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 3{,}2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Siła wypadkowa działająca na paczkę w takiej sytuacji byłaby równa sile tarcia statycznego. Obliczymy, jaką wartość musiałaby mieć siła tarcia statycznego:

$$ma = T_s \quad \rightarrow \quad T_s = 3{,}2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 5\ \mathrm{kg} = = 16\ \mathrm{N}$$

Następnie obliczymy maksymalną wartość siły tarcia statycznego, jaka może działać na paczkę:

$$T_{s\,max} = fmg \ \rightarrow\ T_{s\,max} = 0{,}35 \cdot 5\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} = \ 17{,}2\ \mathrm{N}$$

Widzimy, że siła tarcia, jaka musiałaby działać na paczkę, aby paczka pozostawała w spoczynku względem podłoża (i przyspieszała razem z samochodem) jest mniejsza od maksymalnej siły tarcia statycznego. To oznacza, że paczka nie będzie przesuwała się względem podłoża.

Zadanie 2.1. *(2 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Posługiwanie się pojęciem energii potencjalnej masy w polu grawitacyjnym (I.1.2.5). Obliczanie wartości pracy w polu grawitacyjnym (I.1.2.8).
Korzystanie z informacji.	Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).

Schemat punktowania

2 p. – prawidłowa metoda obliczenia pracy oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
1 p. – zapisanie warunku, że praca wykonana przez siłę, z jaką pracownik ciągnie za linę podnoszącą deskę, jest równa zmianie energii potencjalnej środka masy deski.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów

Przykładowe rozwiązanie

Praca, jaka musi zostać wykonana, jest równa zmianie energii potencjalnej deski. Środek masy deski pokonuje w pionie drogę równą połowie długości deski, zatem

$$W_F = mg\Delta h_{SM}, \quad \Delta h_{SM} = \frac{l}{2} \quad \rightarrow \quad W_F = mg\frac{l}{2}$$

$$W_F = 20\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 2\ \mathrm{m} = 392\ \mathrm{J} \approx 400\ \mathrm{J}$$

Zadanie 2.2. *(3 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie pojęcia momentu siły (I.1.1.7). Zastosowanie I zasady dynamiki dla ruchu obrotowego (I.1.1.8).
Korzystanie z informacji.	Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).

Schemat punktowania

3 p. – prawidłowa metoda wyznaczenia siły, z jaką pracownik działał na linę, oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
2 p. – prawidłowe zapisanie warunku równowagi momentów sił względem punktu podparcia deski (z poprawnym uwzględnieniem punktów zaczepienia sił, ramion sił i kierunków sił)
lub
– zapisanie warunku równowagi sił oraz zapisanie warunku równowagi momentów sił względem punktu środka masy (z poprawnym uwzględnieniem punktów zaczepienia sił, ramion sił i kierunków sił).
1 p. – zapisanie warunku równowagi momentów sił.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązania

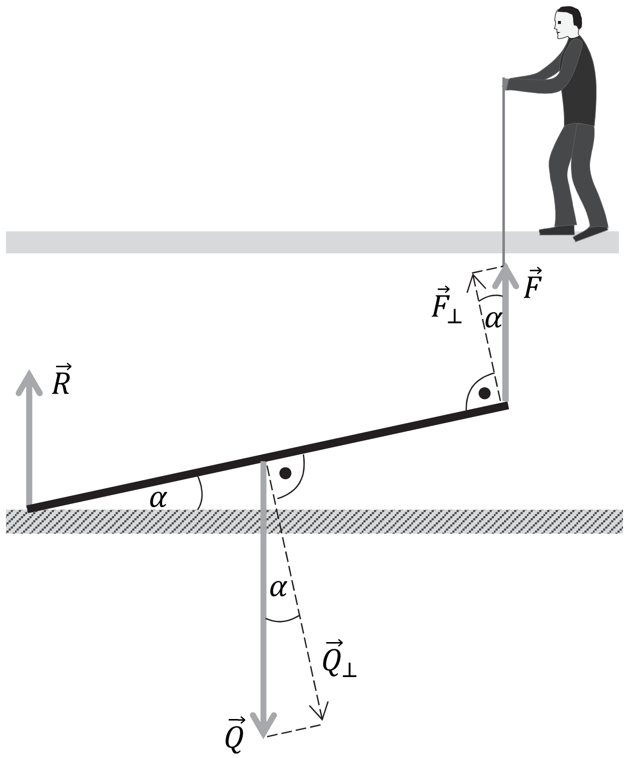
Sposób 1.

Korzystamy z warunku równowagi momentów sił względem punktu podparcia deski:

$$\frac{l}{2} \cdot Q_\perp = l \cdot F_\perp$$

$$\frac{l}{2} \cdot Q \cos\alpha = l \cdot F \cos\alpha \quad \rightarrow \quad F = \frac{Q}{2}$$

$$F = 98{,}1\ \mathrm{N} \approx 100\ \mathrm{N}$$



Sposób 2.

Korzystamy z warunku równowagi momentów sił względem punktu podparcia deski:

$$\frac{l_\perp}{2} \cdot Q = l_\perp \cdot F \quad \rightarrow \quad F = \frac{Q}{2}$$

$$F = 98{,}1\ \mathrm{N} \approx 100\ \mathrm{N}$$

Sposób 3.

Korzystamy z warunku równowagi momentów sił względem punktu środka masy deski oraz z warunku równowagi sił działających na deskę:

$$\frac{l_\perp}{2} \cdot R = \frac{l_\perp}{2} \cdot F \ \text{ oraz } \ R + F = Q \quad \rightarrow \quad R = F \ \text{ oraz } \ R + F = Q \quad \rightarrow$$

$$2F = Q \quad \rightarrow \quad F = 98{,}1\ \mathrm{N} \approx 100\ \mathrm{N}$$

Zadanie 2.3. ***(2 pkt)***

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie zasad dynamiki do matematycznego opisu ruchu (I.1.1.4).
Korzystanie z informacji.	Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).

Schemat punktowania

2 p. – prawidłowa metoda obliczenia siły reakcji oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
1 p. – zapisanie warunku równowagi sił.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Zapiszemy warunek równowagi sił w sytuacji statycznej – gdy deska tworzy z poziomym podłożem kąt 25°:

$$R + F = Q$$

Skorzystamy z wyniku, że $F = \frac{Q}{2}$ (co można niezależnie wyprowadzić z warunku równowagi momentów sił) i obliczymy wartość siły reakcji:

$$R = Q - F = \frac{Q}{2} \quad \rightarrow \quad R = 98{,}1\ \mathrm{N}\ \approx 100\ \mathrm{N}$$

Zadanie 2.4. *(1 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Tworzenie informacji.	Formułowanie i uzasadnianie opinii oraz wniosków (III.5).
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie I zasady dynamiki dla ruchu obrotowego (I.1.1.8). Zastosowanie pojęcia momentu siły (I.1.1.7).

Schemat punktowania
1 p. – poprawna odpowiedź.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź
B3

Zadanie 2.5. *(1 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Korzystanie z informacji.	Ocenianie informacji (II.3).
Wiadomości i rozumienie.	Obliczanie wartości pracy w polu grawitacyjnym (I.1.2.8). Zastosowanie I zasady dynamiki dla ruchu obrotowego (I.1.1.8).

Schemat punktowania
1 p. – zaznaczenie poprawnej odpowiedzi.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź
1. **P** 2. **P** 3. **P**

Zadanie 3.1. *(1 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Korzystanie z informacji.	Analizowanie informacji podanych w formie tekstu o tematyce fizycznej lub astronomicznej (II.1.a). Ocenianie informacji (II.3).

Schemat punktowania
1 p. – poprawne wszystkie zaznaczenia.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź
1. **F** 2. **P** 3. **F**

Zadanie 3.2. *(3 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie zasady zachowania momentu pędu (I.1.1.10).
Korzystanie z informacji.	Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c). Analizowanie informacji podanych w formie tekstu o tematyce fizycznej lub astronomicznej (II.1.a).

Schemat punktowania
3 p. – prawidłowa metoda wyznaczenia prędkości liniowej Merkurego w peryhelium oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
2 p. – prawidłowe (zgodne z oznaczeniami) zapisanie zasady zachowania momentu pędu lub zasady zachowania energii mechanicznej oraz prawidłowe określenie odległości od środka Słońca do peryhelium orbity Merkurego.
1 p. – zapisanie zasady zachowania momentu pędu Merkurego względem Słońca albo zasady zachowania energii mechanicznej.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązania
Sposób 1. (z zasady zachowania momentu pędu)
Na podstawie danych w tekście zadania i rysunku określamy odległość środka Słońca do punktu aphelium i peryhelium orbity Merkurego:

$$r_a = 0{,}467\ \mathrm{au} \quad r_p = 0{,}467\ \mathrm{au} - 0{,}159\ \mathrm{au} = 0{,}308\ \mathrm{au}$$

Korzystamy z zasady zachowania momentu pędu punktu materialnego (tutaj środka masy Merkurego) w ruchu względem punktu centrum (tutaj środka Słońca), gdy działa na niego siła skierowana do tego punktu:

$$p_a r_a = p_p r_p$$

gdzie p_a oraz p_p są pędami Merkurego względem Słońca, odpowiednio w punktach aphelium i peryhelium. Wykonujemy obliczenia:

$$m v_a r_a = m v_p r_p \quad \rightarrow \quad v_p = \frac{r_a}{r_p} v_a \quad \rightarrow \quad v_p = \frac{0{,}467\ \mathrm{au}}{0{,}308\ \mathrm{au}} \cdot 38{,}9\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}} = 58{,}98\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}} \approx 59\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$$

Sposób 2. (z zasady zachowania energii mechanicznej)
Na podstawie danych i rysunku określamy odległość środka Słońca do punktu aphelium i peryhelium orbity Merkurego:

$$r_a = 0{,}467\ \mathrm{au} \quad r_p = 0{,}467\ \mathrm{au} - 0{,}159\ \mathrm{au} = 0{,}308\ \mathrm{au}$$

Korzystamy z zasady zachowania energii mechanicznej Merkurego w ruchu pod działaniem siły grawitacji. Energia mechaniczna w peryhelium jest równa energii mechanicznej w aphelium. Energia mechaniczna jest sumą energii potencjalnej i kinetycznej. Przyjmujemy, że energia kinetyczna ruchu obrotowego nie zmienia się podczas ruchu Merkurego, a zatem:

$$E_a = E_p \rightarrow \frac{mv_a^2}{2} - \frac{GMm}{r_a} = \frac{mv_p^2}{2} - \frac{GMm}{r_p} \rightarrow v_p^2 = v_a^2 + \frac{2GM}{r_p} - \frac{2GM}{r_a}$$

$$v_p^2 = v_a^2 + \frac{2GM}{r_p} - \frac{2GM}{r_a} \rightarrow v_p = \sqrt{v_a^2 + \frac{2GM(r_a - r_p)}{r_a r_p}}$$

gdzie *M* jest masą Słońca. Po podstawieniu danych (z uwzględnieniem wartości jednostki astronomicznej) otrzymujemy:

$$v_p = \sqrt{\left(38{,}9 \cdot 10^3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 + \frac{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}} \cdot 1{,}99 \cdot 10^{30}\ \mathrm{kg} \cdot 0{,}159\ \mathrm{m}}{0{,}467 \cdot 0{,}308 \cdot 1{,}50 \cdot 10^{11}\ \mathrm{m^2}}}$$

$$v_p = 58{,}9 \cdot 10^3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 59\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$$

Uwaga! Błędem rzeczowym jest w tym zadaniu zapisanie siły grawitacji działającej na Merkurego jako siły dośrodkowej. Wzór na siłę dośrodkową jest słuszny tylko dla ruchu po okręgu, a Merkury nie porusza się po orbicie kołowej. Ponadto Merkury ma w punkcie peryhelium prędkość większą od prędkości, jaka byłaby potrzebna dla ruchu po orbicie kołowej o promieniu r_p (ponieważ po przejściu przez peryhelium, aż do aphelium, Merkury oddala się od Słońca).

Zadanie 3.3. *(2 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie praw Keplera do opisu ruchu planet (P I.1.7.3).
Korzystanie z informacji.	Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c). Analizowanie informacji podanych w formie tekstu o tematyce fizycznej lub astronomicznej (II.1.a).

Schemat punktowania

2 p. – prawidłowa metoda wyznaczenia okresu orbitalnego Merkurego oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

1 p. – zapisanie trzeciego prawa Keplera z poprawną identyfikacją wielkości występujących w nim: średniej odległości Merkurego od Słońca, Średniej odległości Ziemi od Słońca, okresu orbitalnego Ziemi

lub

– zapisanie trzeciego prawa Keplera w „wersji newtonowskiej”, tzn. $\frac{T^2}{A^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$, gdzie *M* jest masą Słońca z poprawną identyfikacją półosi wielkiej.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie
Obliczymy tzw. średnią odległość Merkurego od Słońca (długość półosi wielkiej orbity), a następnie skorzystamy z prawa Keplera. Okres orbitalny Ziemi, oraz jej średnią odległość od Słońca wyrazimy odpowiednio w latach ziemskich i za pomocą jednostki astronomicznej.

$$A_M = \frac{1}{2}\left(r_a + r_p\right) \;\rightarrow\; A_M = \frac{1}{2}\cdot(0{,}467 + 0{,}308)\text{ au} = 0{,}3875\text{ au}$$

Okres orbitalny Ziemi i średnia odległość od Słońca wynoszą odpowiednio:

$$T_Z = 1\text{ rok},\;\; A_Z = 1\text{ au}$$

Stosujemy prawo Keplera:

$$\frac{T_M^2}{A_M^3} = \frac{T_Z^2}{A_Z^3} \;\rightarrow\; \frac{T_M^2}{A_M^3} = \frac{1^2\text{ rok}^2}{1^3\text{ au}^3} \;\rightarrow\; T_M = \sqrt{0{,}3875^3}\text{ lat} \approx 0{,}241\text{ lat} \approx 88\text{ dni}$$

Zadanie 3.4. ***(3 pkt)***

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Posługiwanie się pojęciami i wielkościami fizycznymi do opisywania zjawisk związanych z światłem jako falą (P I.1.5.a). Posługiwanie się pojęciem mocy (P I.1.6.1), natężenia fali (I.1.1.17).
Korzystanie z informacji.	Obliczanie i szacowanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.e). Analizowanie informacji podanych w formie tekstu o tematyce fizycznej lub astronomicznej (II.1.a).

Schemat punktowania
3 p. – prawidłowa metoda oszacowania mocy promieniowania słonecznego dostarczanej do powierzchni jednostkowej ustawionej w okolicach aphelium orbity Merkurego oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
2 p. – porównanie wyrażeń na moce całkowite: zapisanie związku $I_{M,a}\cdot 4\pi r_a^2 = I_Z\cdot 4\pi A_Z^2$ lub równoważnego, np. $\frac{I_{M,a}}{I_Z} = \frac{A_Z^2}{r_a^2}$ z prawidłową identyfikacją wielkości występujących w tym wzorze.
1 p. – zapisanie wzoru na moc $P = IS$ lub równoważnego oraz identyfikacja wielkości *I* jako natężenia promieniowania.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie
Skorzystamy ze wzoru na natężenie promieniowania (*I*) padającego prostopadle na powierzchnię *S* i dostarczającego do tej powierzchni mocy *P*:

$$I = \frac{P}{S}$$

Moc, którą dostarcza promieniowanie słoneczne do powierzchni jednostkowej ustawionej prostopadle do promieniowania w okolicach aphelium orbity Merkurego ($r_a = 0{,}467$ au), oznaczymy $I_{M,a}$ (to właśnie natężenie promieniowana w okolicach aphelium), a w średniej odległości Ziemi od Słońca ($A_Z = 1$ au) oznaczymy I_Z. Zauważamy, że gdyby promieniowanie słoneczne nie było pochłaniane, to całkowita moc, jaką dostarczałoby promieniowanie słoneczne do powierzchni otaczającej Słońce sfery o promieniu r_a, byłaby taka sama, jak moc dostarczana do powierzchni sfery o promieniu A_Z:

$$I_{M,a} \cdot 4\pi r_a^2 = I_Z \cdot 4\pi A_Z^2 \quad \rightarrow \quad I_{M,a} \cdot r_a^2 = I_Z \cdot A_Z^2$$

Obliczamy I_{Ma} :

$$I_{M,a} = \frac{A_Z^2}{r_a^2} \cdot I_Z \quad \rightarrow \quad I_{M,a} \approx 6{,}24\ \frac{\mathrm{kW}}{\mathrm{m}^2}$$

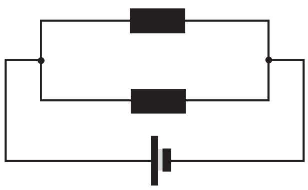
Zadanie 4.1. *(1 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Obliczanie oporu zastępczego układu oporników (I.1.3.4).
Korzystanie z informacji.	Przetwarzanie informacji, rysowanie schematu układu doświadczalnego (II.4.a).

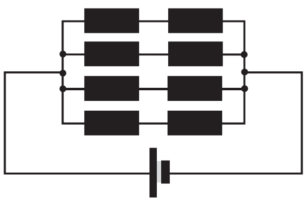
Schemat punktowania
1 p. – prawidłowe narysowanie schematu łączenia oporników.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Przykładowe rozwiązania

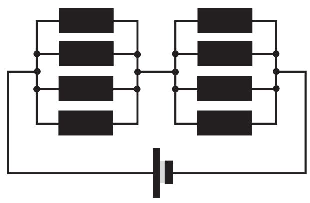
Sposób 1.



Sposób 2.



Sposób 3.



Zadanie 4.2. *(4 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Korzystanie z informacji.	Odczytywanie informacji podanych w formie tekstu i tabeli (II.1.a, II.1.b). Rysowanie wykresu zależności dwóch wielkości fizycznych (II.4.b). Zaznaczanie niepewności pomiarowych (II.4.d). Szacowanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności (II.4.e).
Tworzenie informacji.	Interpretowanie informacji zapisanych w postaci wykresu (III.1).

Schemat punktowania a)

3 p. – prawidłowe narysowanie wykresu zależności *U(R)* (o kształcie gałęzi hiperboli) wraz z prawidłowo naniesionymi niepewnościami pomiarowymi oraz poprawnym opisem i skalowaniem prawidłowo zorientowanych osi.

2 p. – opisanie i wyskalowanie poprawnie zorientowanych osi oraz naniesienie punktów na wykres wraz z niepewnościami

lub

– opisanie i wyskalowanie poprawnie zorientowanych osi, naniesienie punktów na wykres bez niepewności oraz narysowanie krzywej (o kształcie gałęzi hiperboli).

1 p. – opisanie osi (symbol wielkości, jednostka wielkości) oraz dobranie skali jednostek (tak aby co najmniej połowa każdej z osi została wykorzystana) i naniesienie co najmniej 4 punktów

lub

– naniesienie punktów na wykres i narysowanie krzywej o kształcie gałęzi hiperboli przy niepoprawnym wyskalowaniu albo opisaniu osi.

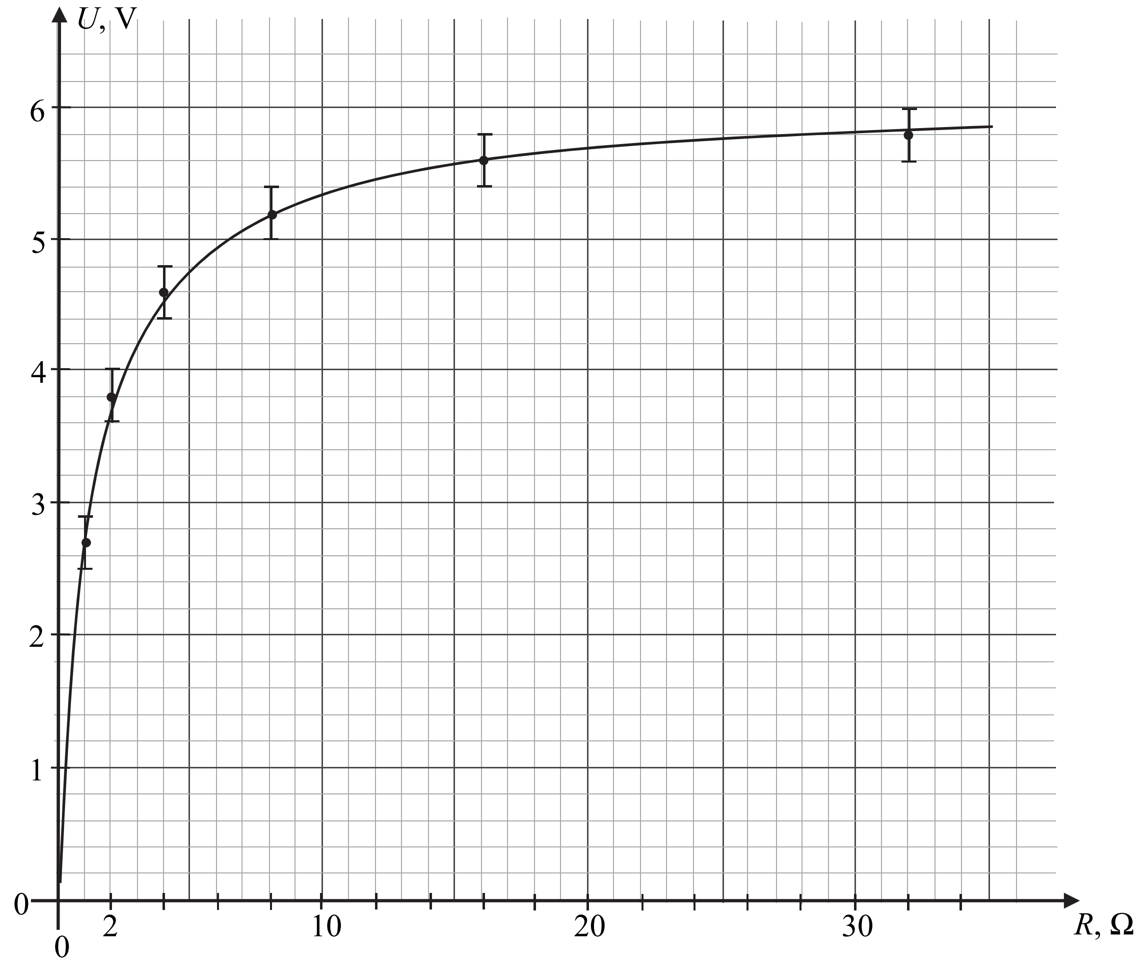
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Schemat punktowania b)

1 p. – oszacowanie wartości SEM wynikające z kształtu wykresu (hiperboli) dla dużych *R*.

0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Przykładowe rozwiązanie a)



Przykładowe rozwiązanie b)

$$\varepsilon_{SEM} \approx 6\text{ V}$$

Zadanie 4.3. *(2 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie prawa Ohma oraz I i II prawa Kirchhoffa do obliczeń i analizy obwodów elektrycznych z uwzględnieniem SEM i oporu wewnętrznego ogniwa (I.1.3.2).
Korzystanie z informacji.	Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).

Schemat punktowania

2 p. – prawidłowa metoda wyznaczenia wartości SEM i oporu wewnętrznego oraz prawidłowe wyniki z jednostkami.

1 p. – zastosowanie wzoru wynikającego z drugiego prawa Kirchhoffa dla tego obwodu oraz zastosowanie związku pomiędzy natężeniem prądu płynącego przez opornik i napięciem na tym oporniku (może to być uwzględnione w jednym równaniu).

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Korzystamy z drugiego prawa Kirchhoffa dla tego obwodu oraz ze związku pomiędzy natężeniem prądu płynącego przez opornik i napięciem na tym oporniku:

$$\varepsilon_{SEM} = Ir + U \text{ oraz } U = IR \quad \rightarrow \quad \varepsilon_{SEM} = \frac{U}{R}r + U$$

Do ostatniego równania podstawiamy wartości z dwóch wybranych pomiarów, np. 2 i 4.

$$\varepsilon_{SEM} = \frac{3{,}8\ \mathrm{V}}{2\ \Omega}r[\Omega] + 3{,}8\ \mathrm{V} \text{ oraz } \varepsilon_{SEM} = \frac{5{,}2\ \mathrm{V}}{8\ \Omega}r[\Omega] + 5{,}2\ \mathrm{V} \rightarrow \varepsilon_{SEM} = 5{,}9\ \mathrm{V},\ r = 1{,}12\ \Omega$$

Tabela poniżej przedstawia wyniki dla wszystkich możliwych par pomiarowych (R, U).

l.p.	Nr pomiarów *k* oraz *l*	U_k, V	U_l, V	R_k, Ω	R_l, Ω	$\varepsilon_{SEM\ kl}$, V	r_{kl}, Ω
1	2 oraz 4	3,8	5,2	2	8	5,93	1,12
2	2 oraz 5	3,8	5,6	2	16	6,01	1,16
3	2 oraz 6	3,8	5,8	2	32	6,01	1,16
4	2 oraz 3	3,8	4,6	2	4	5,83	1,07
5	2 oraz 1	3,8	2,7	2	1	6,41	1,38
6	3 oraz 1	4,6	2,7	4	1	6,01	1,23
7	3 oraz 4	4,6	5,2	4	8	5,98	1,2
8	3 oraz 5	4,6	5,6	4	16	6,04	1,25
9	3 oraz 6	4,6	5,8	4	32	6,02	1,24
10	4 oraz 1	5,2	2,7	8	1	5,99	1,22
11	4 oraz 5	5,2	5,6	8	16	6,07	1,33
12	4 oraz 6	5,2	5,8	8	32	6,03	1,28
13	5 oraz 1	5,6	2,7	16	1	6,03	1,23
14	5 oraz 6	5,6	5,8	16	32	6,01	1,19
15	6 oraz 1	5,8	2,7	32	1	6,02	1,23

Zadanie 5.1. *(2 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Analizowanie cykli termodynamicznych (I.1.6.5).
Tworzenie informacji.	Interpretowanie informacji zapisanych w postaci wykresu (III.1).

Schemat punktowania
2 p. – prawidłowe podkreślenia w obu zdaniach.
1 p. – prawidłowe podkreślenia w jednym zdaniu.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawna odpowiedź
1. Praca całkowita wykonana w jednym cyklu przez silnik I jest (*mniejsza niż* / <u>*taka sama jak*</u> / *większa niż*) praca całkowita wykonana w jednym cyklu przez silnik II.
2. Maksymalna temperatura gazu w silniku I jest (*mniejsza niż* / <u>*taka sama jak*</u> / *większa niż*) maksymalna temperatura gazu w silniku II.

Zadanie 5.2. *(1 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Obliczanie sprawności silników cieplnych (P I.1.4.6).
Tworzenie informacji.	Interpretowanie informacji zapisanych w postaci wykresu (III.1).

Schemat punktowania
1 p. – prawidłowe obliczenie sprawności silnika I.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Przykładowe rozwiązanie

$$\eta = \frac{W_{calkowita}}{Q_{pobrane}} = \frac{Q_{pobrane} - Q_{oddane}}{Q_{pobrane}} \quad \rightarrow \quad \eta = \frac{23\ \text{kJ} - 19\ \text{kJ}}{23\ \text{kJ}} = 0{,}17 \qquad (\eta = 17\%)$$

Zadanie 5.3. *(2 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie równania stanu gazu doskonałego do wyznaczania parametrów gazu (P I.1.4.1). Obliczanie zmian energii cieplnej w przemianach: izobarycznej i izochorycznej (P I.1.4.3).
Korzystanie z informacji.	Odczytywanie informacji podanych w formie wykresu (II.1.b). Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).

Schemat punktowania

2 p. – prawidłowa metoda wyznaczenia ciepła (z powołaniem się na równanie Clapeyrona i wykorzystaniem zależności między wymienionym ciepłem i przyrostem temperatury) oraz prawidłowy wynik.

1 p. – zapisy pozwalające wyznaczyć stosunek ciepeł pobranych w obu przemianach izochorycznych równy stosunkowi przyrostu temperatur

lub

– zapisanie, że w przemianie izochorycznej przyrost temperatury jest proporcjonalny do przyrostu ciśnienia oraz zapisanie wzoru na ciepło pobrane w przemianie izochorycznej

lub

– zapisanie prawidłowego wyniku bez powoływania się na odpowiednie zależności.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Korzystamy ze wzoru na ciepło pobrane w przemianie izochorycznej (w objętości V_1) przez silnik II oraz z własności tej przemiany i równania Clapeyrona:

$$Q_{II} = nc_V\Delta T_{II} \text{ oraz } \Delta p_{II} = \frac{nR}{V_1}\Delta T_{II}$$

Podobne związki mamy dla przemiany izochorycznej (w objętości V_1) w silniku I:

$$Q_I = nc_V\Delta T_I \text{ oraz } \Delta p_I = \frac{nR}{V_1}\Delta T_I$$

Zauważamy, że stosunek ciepeł jest równy stosunkowi przyrostów temperatur, a stosunek przyrostów temperatur jest równy stosunkowi przyrostów ciśnień:

$$\frac{Q_{II}}{Q_I} = \frac{\Delta T_{II}}{\Delta T_I} \quad \rightarrow \quad \frac{Q_{II}}{Q_I} = \frac{\Delta p_{II}}{\Delta p_I} = \frac{3p_1 - p_1}{2p_1 - p_1} = 2$$

Ostatecznie otrzymujemy $Q_{II} = 2Q_I = 2 \cdot 3 \text{ kJ} = 6 \text{ kJ}$.

Zadanie 5.4. *(3 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie równania stanu gazu doskonałego do wyznaczania parametrów gazu (P I.1.4.1). Opisywanie przemiany izobarycznej i izochorycznej (P I.1.4.2).
Korzystanie z informacji.	Odczytywanie informacji podanych w formie wykresu (II.1.b). Rysowanie wykresu zależności dwóch wielkości fizycznych (II.4.b).

Schemat punktowania

3 p. – prawidłowe narysowanie oznaczonego wykresu, z uwzględnieniem prawidłowych relacji pomiędzy temperaturami.

2 p. – narysowanie izobar na poziomie p_1 i p_2 oraz narysowanie izochor (proste muszą przechodzić przez zero).

1 p. – narysowanie izobar na poziomie p_1 i p_2
lub
– narysowanie izochor (proste muszą przechodzić przez zero).

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Określimy relacje (proporcjonalności) pomiędzy temperaturami w stanach A, B, C, D. Z równania Clapeyrona wiemy, że

$$T = \frac{pV}{nR}$$

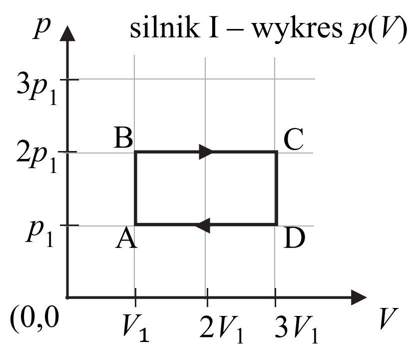
Na podstawie powyższej zależności oraz wykresu we współrzędnych (V, p) otrzymujemy:

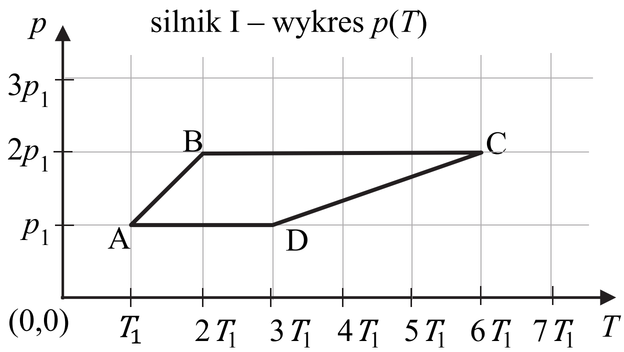
$$T_{\mathrm{A}} = \frac{p_1 V_1}{nR}, \quad T_{\mathrm{B}} = \frac{2p_1 V_1}{nR}, \quad T_{\mathrm{C}} = \frac{2p_1 \cdot 3V_1}{nR}, \quad T_{\mathrm{D}} = \frac{p_1 \cdot 3V_1}{nR}$$

Przyjmując $\frac{p_1 V_1}{nR} = T_1$ otrzymujemy relacje pomiędzy temperaturami:

$$T_{\mathrm{A}} = T_1, \quad T_{\mathrm{B}} = 2T_1, \quad T_{\mathrm{C}} = 6T_1, \quad T_{\mathrm{D}} = 3T_1$$

Po określeniu temperatur możemy narysować wykres.





Zadanie 6.1. *(1 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie zasad dynamiki do opisu zachowania się ciał (P I.1.2.2).
Korzystanie z informacji.	Uzupełnianie brakujących elementów rysunku, łącząc posiadane i podane informacje (II.2).

Schemat punktowania

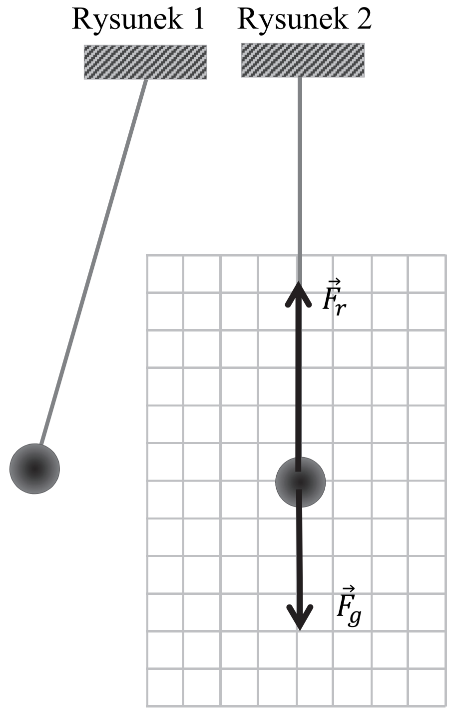
1 p. – prawidłowe narysowanie wektorów sił wraz z ich oznaczeniami oraz prawidłowe zapisanie relacji pomiędzy wartościami sił.

0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawne rozwiązanie

(Rysunek obok).

$$F_r > F_g$$



Zadanie 6.2. *(2 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Obliczanie okresu drgań wahadła matematycznego (P I.1.3.3).
Tworzenie informacji.	Budowanie prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk (III.3).

Schemat punktowania

2 p. – prawidłowa metoda wyznaczenia czasu oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką zawarty w przedziale czasu od $t = 1{,}2$ s do $t = 1{,}3$ s.

1 p. – prawidłowa metoda pozwalająca wyznaczyć czas, po jakim kula dotrze od najwyższego do najniższego punktu toru

lub

– prawidłowe obliczenie okresu drgań wahadła

lub

– oszacowanie czasu bez powołania się na odpowiednie zależności.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązania

Sposób 1.

Oszacujemy okres wahań, przyjmując układ za wahadło matematyczne.

Za długość wahadła przyjmiemy odległość od nieruchomego końca liny do środka masy kuli:

$$l = d + r = 6\ \mathrm{m} + 0{,}4\ \mathrm{m} = 6{,}4\ \mathrm{m}$$

Zastosujemy wzór na okres wahadła matematycznego o długości *l*

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2 \cdot 3{,}14 \cdot \sqrt{\frac{6{,}4\ \mathrm{m}}{9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} = 5{,}07\ \mathrm{s} \approx 5{,}1\ \mathrm{s}$$

Czas, po jakim kula dotrze od najwyższego do najniższego punktu toru, wynosi ćwierć okresu:

$$t = \frac{T}{4} = 1{,}27\ \mathrm{s} \approx 1{,}3\ \mathrm{s}$$

Uwaga! Za długość wahadła l można było przyjąć wartość od l =d do l = d+2r. Zdający nie musi uwzględniać poprawek wynikających z modelu wahadła fizycznego. Skrajne wyniki wychodzą wtedy odpowiednio: $T = 4{,}91$ s $\approx 4{,}9$ s oraz $t = 1{,}23$ s $\approx 1{,}2$ s; $T = 5{,}23$ s $\approx 5{,}2$ s oraz $t = 1{,}31$ s $\approx 1{,}3$ s.

Sposób 2.

Poniżej przykładowe rozwiązanie – dla tych zdających, którzy do rozwiązania mogli użyć metod wykraczających poza podstawę programową – z wykorzystaniem modelu wahadła fizycznego zamiast matematycznego. Zapiszemy wzór na okres wahadła fizycznego:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_z}{(m + M) \cdot g \cdot l_{SM}}}$$

gdzie I_z jest momentem bezwładności układu lina – kula względem punktu zaczepienia, m jest masą kuli, M jest masą liny, l_{SM} jest odległością od punktu zaczepienia liny do środka masy układu lina – kula. Skorzystamy dalej ze wzoru na środek masy oraz wzoru Steinera i addytywności momentów bezwładności:

$$I_z = \frac{2}{5}mr^2 + m(r + d)^2 + \frac{1}{3}Md^2, \qquad l_{SM} = \frac{(d + r)m + \frac{1}{2}Md}{m + M}$$

Po podstawieniu otrzymujemy:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{2}{5}mr^2 + m(r + d)^2 + \frac{1}{3}Md^2}{g \cdot (d + r)m + \frac{1}{2}gMd}}$$

Zgodnie z poleceniem pominiemy masę liny M:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{2}{5}mr^2 + m(r + d)^2}{g \cdot (d + r)m}} = \cdots = 2\pi\sqrt{\frac{d + r}{g}} \cdot \sqrt{\frac{2}{5} \cdot \left(\frac{r}{r + d}\right)^2 + 1}$$

Po podstawieniu danych z zadania otrzymujemy:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{d + r}{g}} \cdot \sqrt{\frac{2}{5} \cdot \left(\frac{r}{r + d}\right)^2 + 1} \approx 2\pi\sqrt{\frac{d + r}{g}} \cdot 1{,}0008 \approx 5{,}08\ \mathrm{s} \approx 5{,}1\ \mathrm{s}$$

Czas, po jakim kula dotrze od najwyższego do najniższego punktu toru ruchu, wynosi ćwierć okresu:

$$t = \frac{T}{4} = 1{,}27\ \mathrm{s} \approx 1{,}3\ \mathrm{s}$$

Zadanie 6.3. *(1 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Tworzenie informacji.	Budowanie prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk (III.3). Analizowanie opisanych wyników doświadczeń (III.4). Formułowanie i uzasadnianie opinii i wniosków (III.5).

Schemat punktowania
1 p. – zapisanie dwóch prawidłowych warunków.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.
Aby otrzymać punkt, to wszystkie zapisane warunki, niezależnie od ich liczby, muszą być prawidłowe.

Przykładowe odpowiedzi
Zapisanie dwóch spośród poniżej wymienionych założeń modelu wahadła matematycznego:
– ciało zawieszone na linie musi mieć bardzo małe rozmiary w stosunku do długości liny (idealnie, gdy jest ono punktem materialnym),
– lina, na której zawieszone jest ciało, musi mieć masę dużo mniejszą od masy ciała (idealnie, gdy lina jest nieważka),
– stosunek sił oporów powietrza działających na ciało do ciężaru ciała musi być dużo mniejszy od jedności (idealnie, gdy wahadło znajduje się w próżni),
– kąt maksymalnego wychylenia liny musi być bardzo mały,
– lina nie może być rozciągliwa,
– działanie tylko dwóch sił: reakcji liny oraz grawitacji.

Zadanie 7.1. *(1 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Opisywanie warunków powstawania fal stojących (I.1.1.15).

Schemat punktowania
1 p. – poprawna odpowiedź.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź
A

Zadanie 7.2. *(1 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Opisywanie warunków powstawania fal stojących (I.1.1.15).
Korzystanie z informacji.	Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).

Schemat punktowania
1 p. – prawidłowe wyznaczenie maksymalnej długości fali stojącej.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Przykładowe rozwiązanie
Odległość pomiędzy unieruchomionymi końcami struny musi być wielokrotnością połowy długości fali. W przypadku największej możliwej długości fali połowa tej długości musi się równać długości struny:

$$n \cdot \frac{\lambda}{2} = d \quad \rightarrow \quad 1 \cdot \frac{\lambda_{max}}{2} = d \quad \rightarrow \quad \lambda_{\max} = 2d \quad \rightarrow \quad \lambda_{\max} = 180 \text{ cm}$$

Zadanie 7.3. *(2 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Korzystanie z informacji.	Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).
Tworzenie informacji.	Analizowanie opisanych wyników doświadczeń (III.4). Formułowanie i uzasadnianie opinii i wniosków (III.5).

Schemat punktowania
2 p. – prawidłowe wykazanie, że możliwe jest wytworzenie drgania o częstotliwości 1575 Hz.
1 p. – zastosowanie zależności pomiędzy n-tą częstotliwością drgania a częstotliwością podstawową
lub
– zapisanie związku pomiędzy częstotliwością i długością fali oraz warunku na długość fali stojącej na strunie.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązania
Sposób 1.
Korzystamy ze wzoru na częstotliwość drgania n-tej składowej harmonicznej dla struny z unieruchomionymi końcami i zauważamy, że różnica kolejnych częstotliwości jest stała i równa częstotliwości pierwszej składowej harmonicznej:

$$f_n = n\, f_1 \quad \rightarrow \quad f_n - f_{n-1} = n\, f_1 - (n-1)\, f_1 = f_1 \quad \rightarrow \quad f_1 = 675 \text{ Hz} - 450 \text{ Hz} = 225 \text{ Hz}$$

Sprawdzamy, czy możliwe jest wytworzenie drgania o częstotliwości 1575 Hz:

$$1575\ \text{Hz} = k \cdot 225\ \text{Hz} \quad \rightarrow \quad k = 7$$

Odp.: Tak, możliwe jest wytworzenie drgań o częstotliwości 1575 Hz.

<u>Sposób 2.</u>
Wyprowadzamy wzór na częstotliwość drgania n-tej składowej harmonicznej dla struny o długości d z unieruchomionymi końcami:

$$v = \lambda f \quad \rightarrow \quad v = \frac{2d}{n} \cdot f \quad \rightarrow \quad f_n = n \cdot \frac{v}{2d} \quad \rightarrow f_n = n\, f_1 \ \text{ oraz } \ f_1 = \frac{v}{2d}$$

Zauważamy, że różnica kolejnych częstotliwości jest stała i równa częstotliwości pierwszej składowej harmonicznej:

$$f_n = n\, f_1 \quad \rightarrow \quad f_n - f_{n-1} = f_1 \quad \rightarrow \quad f_1 = 675\ \text{Hz} - 450\ \text{Hz} = 225\ \text{Hz}$$

Sprawdzamy, czy możliwe jest wytworzenie drgania o częstotliwości 1575 Hz:

$$1575\ \text{Hz} = k \cdot 225\ \text{Hz} \quad \rightarrow \quad k = 7$$

Odp.: Tak, możliwe jest wytworzenie drgań o częstotliwości 1575 Hz.

<u>Sposób 3.</u>
Korzystamy ze wzoru (lub wyprowadzamy ten wzór, jak powyżej) na częstotliwość drgania n-tej składowej harmonicznej dla struny z unieruchomionymi końcami:

$$f_n = n\, f_1$$

Podstawiamy dane i wyznaczamy f_1:

$$675\ \text{Hz} = n f_1 \quad \text{oraz} \quad 450\ \text{Hz} = (n-1) f_1 \quad \rightarrow \quad f_1 = 225\ \text{Hz}$$

Sprawdzamy, czy możliwe jest wytworzenie drgania o częstotliwości 1575 Hz.

$$1575\ \text{Hz} = k \cdot 225\ \text{Hz} \quad \rightarrow \quad k = 7$$

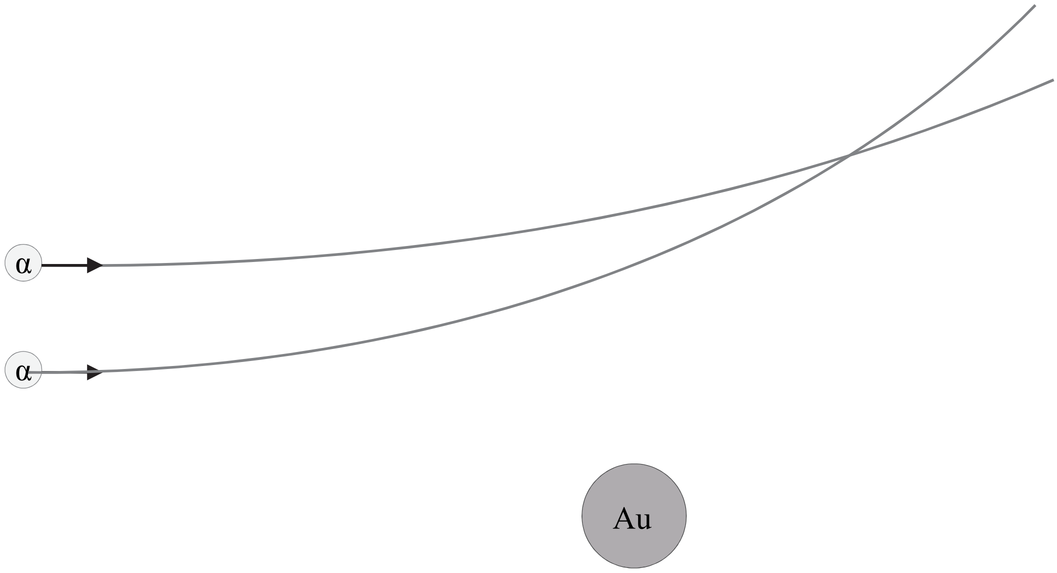
Odp.: Tak, możliwe jest wytworzenie drgań o częstotliwości 1575 Hz.

Zadanie 8.1. *(1 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie zasad dynamiki do opisu zachowania się ciał (P I.1.2.2). Opisywanie ruchu cząstki naładowanej w polu elektrostatycznym (I.1.2.7).
Korzystanie z informacji.	Uzupełnianie brakujących elementów rysunku, łącząc posiadane i podane informacje (II.2).

Schemat punktowania
1 p. – prawidłowo narysowane tory obu cząstek: oba tory odchylają się od jądra, a krzywizna toru cząstki poruszającej się bliżej jądra jest większa.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Przykładowe rozwiązanie
Narysowanie dwóch zakrzywionych torów, jak na rysunku poniżej, uwzględniających:
1) odchylanie się każdego z nich do góry (cząstka α i jądro złota odpychają się),
2) większe zakrzywienia toru cząstki poruszającej się bliżej jądra (cząstka α bliżej jądra podlega większej sile, co skutkuje większymi zmianami wektora pędu cząstki w ustalonych odstępach czasu).



Zadanie 8.2. *(1 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Tworzenie informacji.	Interpretowanie informacji zapisanych w postaci tekstu (III.1). Analizowanie opisanych wyników doświadczeń (III.4). Formułowanie i uzasadnianie opinii i wniosków (III.5).

Schemat punktowania
1 p. – poprawna odpowiedź..
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź
C1

Zadanie 8.3. *(1 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Posługiwanie się pojęciami jądrowego niedoboru masy i energii wiązania (P I.1.6.6).

Schemat punktowania
1 p. – poprawne wszystkie zaznaczenia.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź
1. **P** 2. **P** 3. **F**

Zadanie 8.4. *(3 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Posługiwanie się pojęciem energii potencjalnej ładunku w polu elektrostatycznym (I.1.2.5) oraz pojęciem energii kinetycznej (P I.1.6.2). Zastosowanie zasady zachowania energii (P I.1.6.3).
Korzystanie z informacji.	Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).

Schemat punktowania
3 p. – prawidłowa metoda obliczenia początkowej energii kinetycznej oraz prawidłowy wynik liczbowy podany w MeV (lub eV).
2 p. – prawidłowa metoda obliczenia początkowej energii kinetycznej (identyfikacja ładunków cząstki α i jądra złota, zastosowanie zasady zachowania energii, prawidłowa identyfikacja danych) oraz prawidłowy wynik liczbowy, który nie został podany w MeV
lub
– prawidłowa metoda obliczenia początkowej energii kinetycznej (identyfikacja ładunków cząstki α i jądra złota, zastosowanie zasady zachowania energii, prawidłowa identyfikacja danych), prowadząca do wyniku w MeV, oraz błąd w obliczeniach.
1 p. – identyfikacja ładunków cząstki α i jądra złota (np. zapisanie we wzorze $158q_e^2$ lub $2\cdot 79q_e^2$) oraz zastosowanie zasady zachowania energii
lub
– obliczenie energii kinetycznej w MeV (lub eV) przy błędnej identyfikacją ładunku jąder.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie
Identyfikujemy ładunki elektryczne cząstki alfa i jądra złota jako odpowiednie wielokrotności ładunku elementarnego:

$$q_\alpha = 2q_e\ , \quad q_{\mathrm{Au}} = 79q_e$$

Przyrównujemy do siebie energie mechaniczne cząstki alfa w dwóch chwilach: 1) początkowej i 2) gdy zbliżyła się maksymalnie do jądra:

$$E_{kin1} + E_{pot1} = E_{kin2} + E_{pot2} \quad \rightarrow \quad E_{kin1} + 0 = 0 + E_{pot2}$$

$$E_{kin1} = \frac{kq_\alpha q_{Au}}{d}$$

$$E_{kin1} = \frac{158 \cdot 9 \cdot 10^9\ \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}} \cdot (1{,}6 \cdot 10^{-19})^2\ \mathrm{C}^2}{4 \cdot 10^{-14}\ \mathrm{m}} = 910 \cdot 10^{-15}\ \mathrm{J} = 5{,}69\ \mathrm{MeV}$$

Zadanie 8.5. *(3 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Posługiwanie się pojęciami jądrowego niedoboru masy i energii wiązania (P I.1.6.6). Określanie, na podstawie liczby masowej i liczby porządkowej, składu jąder atomowych (P I.1.6.5).
Korzystanie z informacji.	Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).

Schemat punktowania

3 p. – prawidłowa metoda obliczenia energii wiązania jądra złota oraz prawidłowy wynik liczbowy w elektronowoltach.

2 p. – prawidłowa metoda obliczenia energii wiązania jądra złota, prawidłowy wynik liczbowy podany w dżulach oraz brak poprawnego wyniku podanego w elektronowoltach
lub
– prawidłowa metoda obliczenia energii wiązania jądra złota, nieprawidłowy wynik liczbowy w konsekwencji błędu rachunkowego i prawidłowa metoda przeliczenia wyniku na elektronowolty.

1 p. – zapisanie wzoru na energię wiązania jądra atomowego łącznie z identyfikacją liczby protonów i neutronów w tym konkretnym jądrze złota.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Energia, jaką należałoby dostarczyć do jądra złota, aby rozbić je na poszczególne, nieoddziałujące nukleony, to z definicji energia wiązania tego jądra atomowego. Zapiszemy wzór na tę energię wiązania jądra atomowego:

$$E_w = \left(m_{nuk} - m_j\right)c^2$$

gdzie m_{nuk} jest sumą mas oddzielnych nukleonów, natomiast m_j jest masą jądra atomowego.

Identyfikujemy liczbę protonów i neutronów w jądrze złota:

$$\mathrm{Z} = 79, \qquad \mathrm{N} = \mathrm{A} - \mathrm{Z} = 197 - 79 = 118$$

Obliczamy energię wiązania:

$$E_w = \left(79m_p + 118m_n - m_j\right)c^2$$

$$E_w = (79 \cdot 1{,}6726 \cdot 10^{-27} + 118 \cdot 1{,}6749 \cdot 10^{-27} - 196{,}97 \cdot 1{,}6605 \cdot 10^{-27})\ \mathrm{kg} \cdot c^2 \left[\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^\mathrm{s}}\right]$$

$$E_w = 2{,}7049 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} \cdot (3 \cdot 10^8)^2\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} \approx 24{,}3 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{J}$$

Wynik wyrazimy w eV:

$$E_w \approx 24{,}3 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{J} \approx 15{,}2 \cdot 10^8\ \mathrm{eV} \approx 1{,}52 \cdot 10^9\ \mathrm{eV} \approx 1{,}52\ \mathrm{GeV}$$