CENTRALNA
KOMISJA
EGZAMINACYJNA

EGZAMIN MATURALNY

W ROKU SZKOLNYM 2017/2018

FIZYKA

POZIOM ROZSZERZONY

FORMUŁA OD 2015

(„NOWA MATURA”)

ZASADY OCENIANIA ROZWIĄZAŃ ZADAŃ

ARKUSZ MFA-R1

CZERWIEC 2018

Uwaga: Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.

Zadanie 1.1. (0–2)

Schemat punktowania
2 p. – prawidłowa postać i prawidłowa metoda wyprowadzenia wyrażenia na różnicę czasów.
1 p. – zapisanie wyrażenia na różnicę czasów z uwzględnieniem danych w zadaniu oraz z uwzględnieniem równań ruchu jednostajnego.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie
Wprowadzimy oznaczenia zgodne z treścią zadania i skorzystamy z równań ruchu jednostajnego:

$$v_A = v_{max}, \quad v_B = v_{max} - \Delta v, \qquad s_A = s_B = d, \qquad t_A = \frac{d}{v_A}, \qquad t_B = \frac{d}{v_B}$$

Wyprowadzamy wyrażenie na różnicę czasów $t_B - t_A$:

$$\Delta t = \frac{d}{v_B} - \frac{d}{v_A} \;\rightarrow\; \Delta t = \frac{d(v_A - v_B)}{v_B v_A} \;\rightarrow\; \Delta t = \frac{d\Delta v}{(v_{max} - \Delta v)v_{max}} = \frac{d\Delta v}{v_{max}^2 - v_{max}\Delta v}$$

Zadanie 1.2. (0–2)

Schemat punktowania
2 p. – prawidłowa metoda obliczenia różnicy prędkości samochodów oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
1 p. – prawidłowe przekształcenie wzoru na różnicę czasów lub zapisanie równań pozwalających obliczyć różnicę prędkości
lub
– wyznaczenie czasu, w jakim drugi samochód przejechał odcinek autostrady o długości 10 km (około 287 s).
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie
Żeby obliczyć różnicę wartości prędkości samochodów, przekształcamy wzór na różnicę czasów i podstawiamy dane liczbowe:

$$\Delta t = \frac{d\Delta v}{v_{max}^2 - v_{max}\Delta v} \;\rightarrow\; \Delta v = \frac{v_{max}^2 \Delta t}{d + v_{max}\Delta t} \;\rightarrow\; \Delta v = 4{,}1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 15\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

Zadanie 2. (0–1)

Schemat punktowania
1 p. – zaznaczenie poprawnej odpowiedzi.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź
A

Zadanie 3. (0–4)

Schemat punktowania

4 p. – prawidłowa metoda rozwiązania i prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

3 p. – prawidłowe zapisanie równowagi sił oraz momentów sił łącznie z prawidłową identyfikacją długości ramion sił względem punktu Y.

2 p. – zapisanie równowagi sił oraz momentów sił (bez identyfikacji długości ramion sił).

lub

– prawidłowe obliczenie ciężaru lub masy ciężarka.

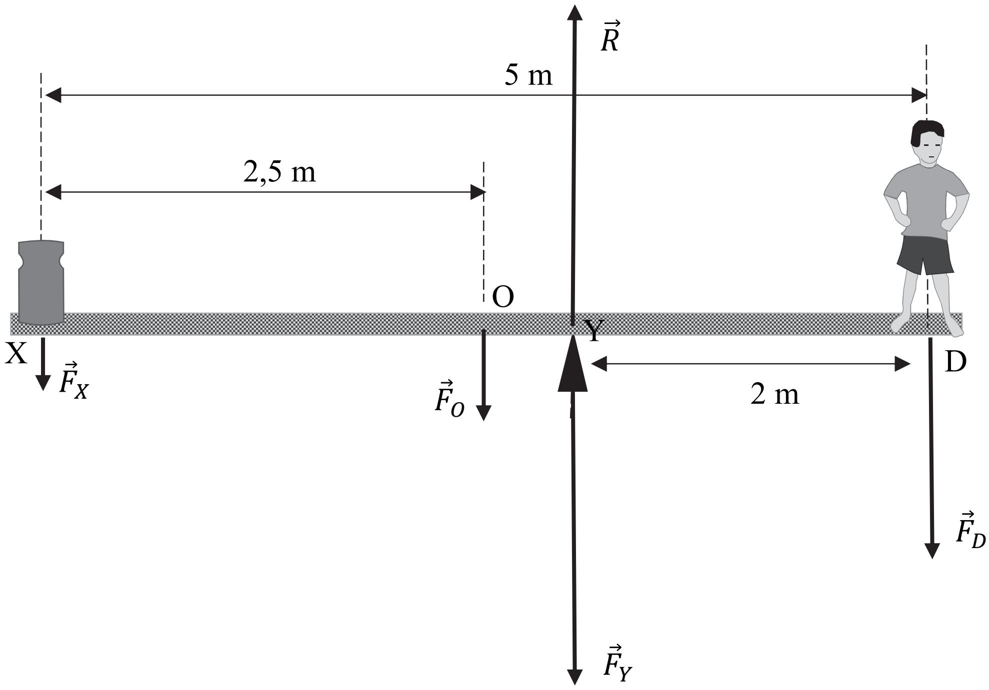
1 p. – prawidłowe zapisanie równowagi sił (skorzystanie z I i III zasady dynamiki, równoważne zapisom w 1) i 3) poniżej)

lub

– prawidłowe zapisanie równowagi momentów sił.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie



Belka jest w równowadze, gdy: 1) działające na nią siły równoważą się, 2) działające na nią momenty tych sił równoważą się:

1) $F_X + F_O + F_D = R$

2) $F_X \cdot |\mathrm{XY}| + F_O \cdot |\mathrm{OY}| = F_D \cdot |\mathrm{YD}|$ – względem punktu Y

Ponadto z trzeciej zasady dynamiki wiemy, że: 3) $F_Y = R$

Z równania 2) obliczamy wartość siły F_x (równej ciężarowi odważnika):

$$F_X \cdot 3\ \mathrm{m} + 10\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \cdot 0{,}5\ \mathrm{m} = 40\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \cdot 2\ \mathrm{m} \ \rightarrow\ F_X = 245\ \mathrm{N}$$

Z równań 2) i 3) obliczamy wartość siły F_Y:

$$F_y = 245\ \mathrm{N} + 10\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} + 40\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}81 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \approx 736\ \mathrm{N}$$

Zadanie 4.1. (0–1)

Schemat punktowania
1 p. – zaznaczenie poprawnej odpowiedzi.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź
A – 2

Zadanie 4.2. (0–2)

Schemat punktowania
2 p. – wykazanie proporcjonalności kwadratu prędkości granicznej do masy skoczka oraz prawidłowe obliczenie prędkości granicznej (wynik podany z jednostką).
1 p. – wykazanie proporcjonalności kwadratu prędkości granicznej do masy skoczka.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie
Wykazujemy proporcjonalność kwadratu prędkości granicznej (v_g^2) do masy skoczka (m). Gdy skoczek opada z ustalona prędkością graniczną, to siła oporów powietrza działająca na skoczka równoważy siłę grawitacji:

$$F_g = F_{op} \quad \rightarrow \quad mg = \beta d^2 v_g^2 \quad \rightarrow \quad v_g^2 = \frac{g}{\beta d^2} \cdot m \quad \rightarrow \quad v_g^2 \sim m$$

Obliczamy prędkość graniczną dla masy 115 kg:

$$v_g^2 = \frac{9{,}81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}}{2{,}6\,\frac{\mathrm{N \cdot s^2}}{\mathrm{m^4}} \cdot 7^2\ \mathrm{m^2}} \cdot 115\ \mathrm{kg} = 8{,}86\ \frac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{s^2}} \quad \rightarrow \quad v_g \approx 2{,}98\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Zadanie 4.3. (0–3)

Schemat punktowania
3 p. – prawidłowa metoda rozwiązania i prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
2 p. – zapisanie drugiej zasady dynamiki (łącznie z uwzględnieniem zwrotu wektora przyspieszenia bądź zwrotu siły wypadkowej) oraz zastosowanie wzorów na siłę oporu i siłę grawitacji (łącznie z identyfikacją wielkości w nich występujących).
1 p. – zapisanie drugiej zasady dynamiki łącznie z uwzględnieniem zwrotu wektora przyspieszenia bądź zwrotu siły wypadkowej (tzn. w przypadku zapisu $ma = F_g - F_{op}$ konieczna jest wzmianka, że $F_{op} > F_g$ lub komentarz do ujemnego wyniku przyspieszenia, natomiast zapis $ma = F_{op} - F_g$ już ten fakt domyślnie uwzględnia).
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie
Tuż przed osiągnięciem prędkości granicznej ruch skoczka jest opóźniony, co oznacza, że:

$$1)\ F_{op} > F_g$$

Zgodnie z drugą zasadą dynamiki mamy:

$$2)\ ma = F_{op} - F_g$$

gdzie a jest wartością bezwzględną opóźnienia ruchu.

Do powyższego podstawiamy wzór na siłę oporu oraz siłę grawitacji i obliczamy opóźnienie

$$3)\ ma = \beta d^2 v^2 - mg$$

$$4)\ a = \frac{\beta d^2 v^2}{m} - g \quad \rightarrow \quad a = \frac{2{,}6\ \frac{\mathrm{N \cdot s^2}}{\mathrm{m^4}} \cdot 7^2\ \mathrm{m^2} \cdot 4^2\ \frac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{s^2}}}{115\ \mathrm{kg}} - 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}} \approx 7{,}92\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}$$

Zadanie 5.1. (0–2)

Schemat punktowania

2 p. – prawidłowa metoda oraz prawidłowo zapisane wyrażenie na siłę działającą na ciało A.

1 p. – zapisanie siły działającej na ciało A jako sumy sił od oddziaływania z B i C oraz zastosowanie wzoru na siłę grawitacji pomiędzy dwoma masami sferycznymi.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Obliczamy siłę wypadkową działającą na A i pochodzącą od oddziaływań grawitacyjnych z B i C.

$$F_{A\,BC} = F_{AB} + F_{AC} \quad \rightarrow \quad F_{ABC} = \frac{Gm \cdot m}{r^2} + \frac{Gm \cdot m}{(2r)^2} = \frac{Gm^2}{r^2} + \frac{Gm^2}{4r^2} \quad \rightarrow \quad F = \frac{5}{4} \cdot \frac{Gm^2}{r^2}$$

Zadanie 5.2. (0–2)

Schemat punktowania

2 p. – prawidłowa metoda wykazania, że *x* nie może być równe 1,5*r*.

1 p. – zapisanie wzoru na siłę F_{AD} – siłę pomiędzy ciałem A i ciałem 2*m* umieszczonym w punkcie D

lub

– zapisanie wzoru $\frac{5}{4} \cdot \frac{Gm^2}{r^2} = F_{AD}$.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Obliczymy odległość *x* ciała D od A, przy której siła działająca na A w oddziaływaniu z D jest taka, jak poprzednio (tzn. jak w oddziaływaniu z ciałami B i C):

$$F_{ABC} = F_{AD}, \qquad F_{AD} = \frac{Gm \cdot 2m}{x^2}$$

$$F = F_{AD}, \qquad \frac{5}{4} \cdot \frac{Gm^2}{r^2} = \frac{Gm \cdot 2m}{x^2} \quad \rightarrow \quad x^2 = \frac{8}{5} \cdot r^2 \quad \rightarrow \quad x \approx 1{,}26r \quad \rightarrow \quad x \neq 1{,}5r$$

Z tego wynika, że środek D nie leży na środku odcinka BC.

Zadanie 6. (0–1)

Schemat punktowania

1 p. – zaznaczenie poprawnej odpowiedzi.

0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź

D

Zadanie 7. (0–1)

Schemat punktowania
1 p. – zaznaczenie poprawnej odpowiedzi.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź
C – 3

Zadanie 8. (0–2)

Schemat punktowania
2 p. – cztery wpisy prawidłowe.
1 p. – co najmniej dwa wpisy prawidłowe.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawne odpowiedzi

1. Objętość gazu rośnie w **a.**, **b.**

2. Energia wewnętrzna gazu rośnie w **a.**

3. Ciepło jest oddawane przez gaz do otoczenia w **c.**, **d.**

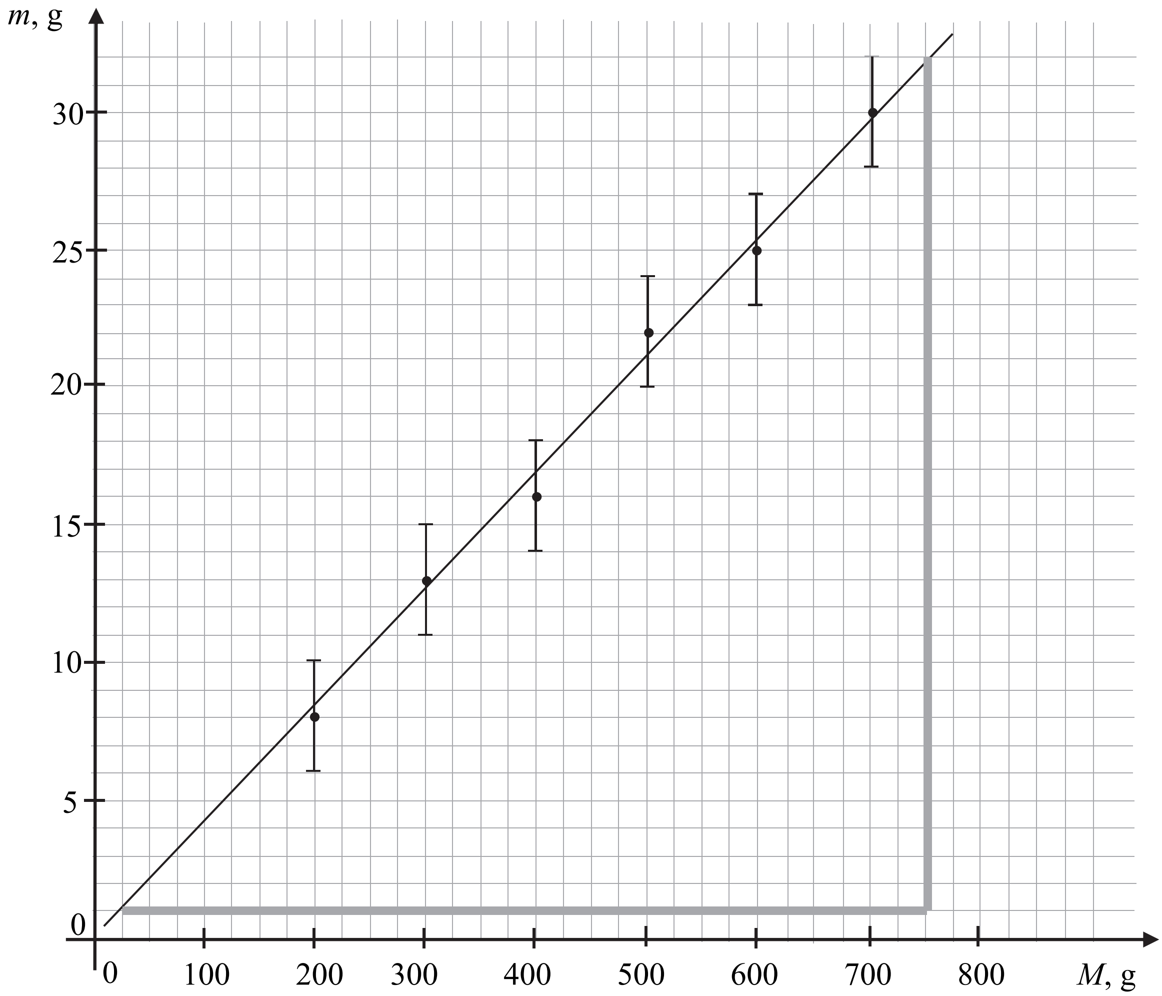
4. Objętość gazu się zmienia w **e.**

Zadanie 9.1. (0–4)

Schemat punktowania a)
3 p. – prawidłowe podpisanie i wyskalowanie osi oraz prawidłowe naniesienie punktów na wykres wraz z niepewnościami pomiarowymi oraz prawidłowe narysowanie prostej najlepszego dopasowania
2 p. – prawidłowe podpisanie i wyskalowanie osi oraz prawidłowe naniesienie punktów na wykres wraz z niepewnościami pomiarowymi
lub
– prawidłowe podpisanie i wyskalowanie osi oraz prawidłowe naniesienie punktów i narysowanie prostej najlepszego dopasowania (bez niepewności pomiarowych).
1 p. – prawidłowe podpisanie i wyskalowanie osi oraz prawidłowe naniesienie punktów na wykres.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Schemat punktowania b)
1 p. – prawidłowe wyznaczenie z wykresu współczynnika proporcjonalności.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Przykładowe rozwiązanie a)
Poniżej wykres zależności *m(M)*. Na rysunku dorysowano dodatkowo dwie prostopadłe linie pomocnicze (szare) pomocne do wyznaczenia współczynnika proporcjonalności.



Przykładowe rozwiązanie b)
Odczytujemy współczynnik proporcjonalności z wykresu zależności *m(M)*:

$$a = \frac{\Delta m}{\Delta M} = \frac{31\ \mathrm{g}}{725\ \mathrm{g}} = 0{,}0428 \approx 0{,}043$$

Zadanie 9.2. (0–2)

Schemat punktowania

2 p. – prawidłowo wyznaczone wyrażenie *a* w zapisie $\frac{m}{M} = a$ lub $m = aM$.

1 p. – zapisanie bilansu energii z uwzględnieniem procesów: ogrzewania mleka, skraplania pary wodnej i schładzania wody, łącznie z prawidłową identyfikacją zmian temperatur: ΔT_M, ΔT_w.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Korzystamy z bilansu energii: ciepło oddane przez parę wodną i powstałą z niej wodę jest równe ciepłu, które pobrało mleko:

$$Q_{woda} + Q_{para} = Q_{mleko} \quad \rightarrow \quad mc_w\Delta T_w + mL = Mc_M\Delta T_M$$

$$mc_w(100\ ^\circ\mathrm{C} - 38\ ^\circ\mathrm{C}) + mL = Mc_M(38\ ^\circ\mathrm{C} - 8\ ^\circ\mathrm{C}) \quad \rightarrow \quad mc_w 62\ ^\circ\mathrm{C} + mL = Mc_M 30\ ^\circ\mathrm{C}$$

$$\frac{m}{M} = \frac{30\ ^\circ\mathrm{C} \cdot c_M}{L + c_w \cdot 62\ ^\circ\mathrm{C}}$$

Zadanie 9.3. (0–2)

Schemat punktowania

2 p. – prawidłowa metoda i prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
1 p. – poprawne porównanie wyznaczonej doświadczalnie wartości a z wyrażeniem dla a.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Porównujemy wartość współczynnika proporcjonalności wyznaczoną doświadczalnie ze wzorem uzyskanym w modelu zjawiska. Uwaga – wartości różnic temperatur w skali Kelwina i Celsjusza są takie same (dlatego pozostawiamy je bez przeliczania).

$$0{,}043 = \frac{30\ ^\circ\mathrm{C} \cdot c_M}{2{,}5 \cdot 10^3\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{g}} + 4{,}2\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{g}\cdot{}^\circ\mathrm{C}} \cdot 62\ ^\circ\mathrm{C}} \quad \rightarrow \quad c_M = 3{,}96\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{g}\cdot{}^\circ\mathrm{C}} \approx 4{,}0\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{g}\cdot{}^\circ\mathrm{C}}$$

Zadanie 10.1. (0–1)

Schemat punktowania

1 p. – prawidłowe wyznaczenie czasu.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawne rozwiązanie

Energia kinetyczna uzyskuje wartość maksymalną podczas ruchu drgającego gdy ciało przechodzi przez położenie równowagi sił (wtedy jest zerowe wychylenie). Czas jaki upłynie w ruchu drgającym od maksymalnego do zerowego wychylenia, wynosi ćwierć okresu:

$$t = \frac{T}{4} = 0{,}625\ \mathrm{s}$$

Zadanie 10.2. (0–2)

Schemat punktowania

2 p. – prawidłowa metoda i prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
1 p. – zapisanie wzoru na maksymalną energię kinetyczną w ruchu drgającym z uwzględnieniem związku pomiędzy prędkością maksymalną i maksymalnym wychyleniem.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Maksymalną energię kinetyczną w ruchu drgającym wyznaczymy ze wzoru na energię kinetyczną i związku pomiędzy prędkością maksymalną w ruchu drgającym i maksymalnym wychyleniem:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m v_{max}^2, \qquad v_{max} = x_{max} \cdot \frac{2\pi}{T} \quad \rightarrow \quad E_{kin} = \frac{1}{2} m x_{max}^2 \cdot \frac{4\pi^2}{T^2}$$

Podstawiamy dane do obliczeń: $x_{max} = 6$ cm oraz $T = 2{,}5$ s.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot 0{,}2\ \mathrm{kg} \cdot 0{,}06^2\ \mathrm{m}^2 \cdot \frac{4 \cdot 3{,}14^2}{2{,}5^2\ \mathrm{s}^2} = 2{,}27 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{J}$$

Zadanie 10.3. (0–3)

Schemat punktowania

3 p. – prawidłowa metoda i prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

2 p. – zapisanie wzoru (sposób 1) na maksymalną siłę wypadkową: $F_{w\,max} = F_{s\,max} - F_g$ oraz poprawne obliczenie maksymalnego przyspieszenia lub maksymalnej siły wypadkowej ze wzoru $F_{w\,max} = ma_{max}$

lub

– zapisanie wzoru (sposób 2) na maksymalną wartość siły sprężystości w postaci: $F_{s\,max} = k(x_0 + x_{max})$ łącznie z uwzględnieniem warunku równowagi sił: $kx_0 = mg$ oraz prawidłowe obliczenie *k*.

1 p. – zapisanie wzoru (sposób 1) na wartość maks. siły wypadkowej: $F_{w\,max} = F_{s\,max} - F_g$ łącznie z uwzględnieniem związku pomiędzy maksymalnym przyspieszeniem i maksymalnym wychyleniem

lub

– zapisanie wzoru (sposób 2) na maksymalną wartość siły sprężystości w postaci: $F_{s\,max} = k(x_0 + x_{max})$ łącznie z uwzględnieniem warunku równowagi sił: $kx_0 = mg$.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Sposób 1

Drganie ciężarka odbywa się pod wpływem siły wypadkowej (z siły sprężystości oraz siły grawitacji):

$$\vec{F}_w = \vec{F}_s + \vec{F}_g$$

Siła sprężystości osiąga wartość maksymalną przy najniższym wychyleniu ciężarka (sprężyna jest wtedy najbardziej rozciągnięta). W tej sytuacji także siła wypadkowa osiąga wartość największą, ponieważ to położenie jest również maksymalnym wychyleniem z położenia równowagi sił. Wartości sił w takim położeniu ciężarka wiąże relacja:

$$F_{w\,max} = F_{s\,max} - F_g \quad \rightarrow \quad F_{s\,max} = F_{w\,max} + F_g$$

Maksymalną wartość siły wypadkowej możemy wyznaczyć z drugiej zasady dynamiki i związku pomiędzy maksymalnym przyspieszeniem w ruchu drgającym i maksymalnym wychyleniem:

$$F_{w\,max} = ma_{max}, \ a_{max} = x_{max} \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \rightarrow F_{w\,max} = mx_{max} \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$

Podstawiamy dane do obliczeń: $x_{max} = 6$ cm oraz $T = 2{,}5$ s.

$$F_{w\,max} = 0{,}2\ \text{kg} \cdot 0{,}06\ \text{m} \cdot \frac{4 \cdot 3{,}14^2}{2{,}5^2\ \text{s}^2} = 7{,}57 \cdot 10^{-2}\ \text{N}$$

Na koniec obliczamy wartość maksymalnej siły sprężystości

$$F_{s\,max} = F_{w\,max} + mg \quad \rightarrow \quad F_{s\,max} = 7{,}57 \cdot 10^{-2}\ \text{N} + 1{,}96\ \text{N} \approx 2{,}04\ \text{N}$$

Sposób 2

Maksymalna wartość siły sprężystości wynosi:

$$F_{s\,max} = k(x_0 + x_{max})$$

gdzie x_{max} jest amplitudą drgania, x_0 to wartość wydłużenia sprężyny ponad jej długość swobodną w położeniu równowagi siły grawitacji i siły sprężystości:

$$kx_0 = mg$$

Współczynnik k wyznaczymy ze wzoru na okres:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \rightarrow \quad k \approx 1{,}26\ \mathrm{N/m}$$

Obliczamy x_0:

$$x_0 = \frac{mg}{k} \approx 1{,}56\ \mathrm{m}$$

Obliczamy $F_{s\,max}$:

$$F_{s\,max} = k(x_0 + x_{max}) \approx 1{,}26\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} \cdot (1{,}56\ \mathrm{m} + 0{,}06\ \mathrm{m}) \approx 2{,}04\ \mathrm{N}$$

Zadanie 11.1. (0–2)

Schemat punktowania

2 p. – prawidłowe podkreślenia w obu zdaniach.
1 p. – prawidłowe podkreślenie w jednym zdaniu.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawna odpowiedź

Częstotliwość światła, które przeszło do szkła, jest (*większa niż / mniejsza niż /* <u>*taka sama, jak*</u>) częstotliwość tego światła w próżni.

Długość fali światła, które przeszło do szkła, jest (*większa niż /* <u>*mniejsza niż*</u> */ taka sama jak*) długość fali tego światła w próżni.

Zadanie 11.2. (0–2)

Schemat punktowania

2 p. – prawidłowa metoda i prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
1 p. – zapisanie w jakiejkolwiek formie prawa Snelliusa łącznie z uwzględnieniem (w osobnych zapisach, lub w zapisie prawa Snelliusa) związków 2) – 4) wymienionych poniżej.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Korzystamy z: 1) prawa Snelliusa, 2) wzoru z prędkościami na współczynnik załamania światła w szkle, 3) związku pomiędzy parametrami fali, 4) własności zachowania częstotliwości fali przechodzącej przez dwa ośrodki.

$$1)\ \frac{\sin\alpha_{pr}}{\sin\alpha_{szk}} = n_{szk}, \qquad 2)\ n_{szk} = \frac{c}{v_{szk}}, \qquad 3)\ v = f\lambda, \qquad 4)\ f_{szk} = f_{pr}$$

Z powyższych zależności wyznaczamy długość fali światła w szkle:

$$\frac{\sin\alpha_{pr}}{\sin\alpha_{szk}} = \frac{\lambda_{pr}}{\lambda_{szk}} \quad \rightarrow \quad \lambda_{szk} = \frac{\sin 25°}{\sin 45°} \cdot 628\ \mathrm{nm} = 375\ \mathrm{nm} \approx 380\ \mathrm{nm}$$

Zadanie 11.3. (0–2)

Schemat punktowania

2 p. – prawidłowe obliczenie kąta granicznego oraz prawidłowe narysowanie promienia odbitego pod kątem 40 stopni

lub

– wykazanie, że promień musi się odbić od granicy ośrodków, ponieważ nie istnieje kąt, którego sinus wynosi $\frac{\sin 45°}{\sin 25°} \cdot \sin 40° > 1$ oraz prawidłowe narysowanie promienia odbitego pod kątem 40 stopni.

1 p. – zapisanie wzorów umożliwiających wyznaczenie (korzystając z danych) kąta granicznego w szkle: wzoru na sinus kąta granicznego i wzoru (z sinusami) na współczynnik załamania światła w szkle

lub

– narysowanie promienia odbitego (tylko!) pod katem 40 stopni.

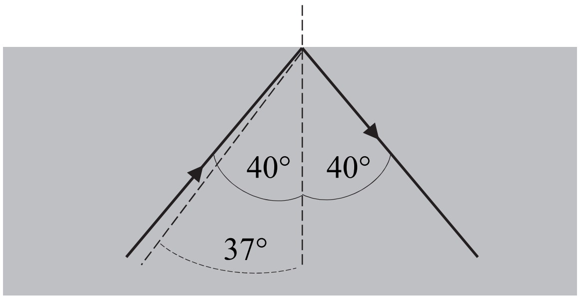
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Żeby dorysować promień musimy ustalić, czy ten promień wyjdzie ze szkła do powietrza, czy też może nastąpi całkowite wewnętrzne odbicie. W tym celu obliczamy kąt graniczny dla szkła:

$$\sin\alpha_g = \frac{1}{n_{szk}} \quad \rightarrow \quad \sin\alpha_g = \frac{\sin 25°}{\sin 45°} = 0{,}60 \quad \rightarrow \quad \alpha_g \approx 37°$$

Ponieważ kąt padania na granicę ośrodków od strony szkła jest większy od kąta granicznego, to nastąpi całkowite wewnętrzne odbicie tego promienia od granicy ośrodków.



Zadanie 12. (0–3)

Schemat punktowania

3 p. – prawidłowa metoda oraz wykazanie, że paczka nie zanurzy się w wodzie.

2 p. – zapisanie warunku równowagi sił łącznie z prawidłowym zapisem wzorów (oddzielnie lub w warunku równowagi sił): na siłę wyporu Archimedesa oraz siłę grawitacji – <u>wzorów uwzględniających odpowiednie gęstości i objętości.</u>

1 p. – zapisanie warunku równowagi sił: ciężaru paczki i kry oraz siły wyporu Archimedesa.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

<u>Sposób 1</u>

Obliczymy konieczną do zrównoważenia ciężaru kry i paczki objętość wypartej wody. Zapisujemy warunek równowagi sił: ciężaru kry lodowej $\vec{Q}_l$ razem z ciężarem paczki $\vec{Q}_p$ oraz siły wyporu Archimedesa $\vec{F}_A$:

$$Q_p + Q_l = F_A \quad \rightarrow \quad m_p g + \rho_l V_{kry} g = \rho_w V_{ww} g$$

$$V_{ww} = \frac{m_p + \rho_l V_{kry}}{\rho_w} \quad \rightarrow \quad V_{ww} = \frac{50\ \mathrm{kg} + 920\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}} \cdot 0{,}75\ \mathrm{m^3}}{1000\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}}} = 0{,}74\ \mathrm{m^3}$$

Konieczna do zrównoważenia objętość wypartej wody jest mniejsza od objętości kry lodowej, w związku z czym możliwa jest opisana sytuacja, w której paczka nie zanurzy się w wodzie.

Sposób 2
Obliczymy największą masę, jaką mogłaby utrzymać kra i porównamy z masą paczki. Przyjmujemy, że objętość wypartej wody jest równa objętości kry lodowej. Zapisujemy warunek równowagi sił: ciężaru kry lodowej $\vec{Q}_l$ razem z maksymalnym obciążeniem $\vec{Q}_{max}$ oraz siły wyporu Archimedesa $\vec{F}_A$:

$$Q_{max} + Q_l = F_A \quad \rightarrow \quad m_{max}g + \rho_l V_{kry} g = \rho_w V_{kry} g$$

$$m_{max} = \rho_w V_{kry} - \rho_l V_{kry} \quad \rightarrow m_{max} = 60 \text{ kg}$$

Zadanie 13. (0–2)

Schemat punktowania
2 p. – poprawne wszystkie zaznaczenia.
1 p. – zaznaczenia odpowiedzi 1. **P** i 2. **F** lub zaznaczenie odpowiedzi 3. **F** i 4. **P**.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawna odpowiedź
1. **P** 2. **F** 3. **F** 4. **P**

Zadanie 14. (0–2)

Schemat punktowania
2 p. – prawidłowe uzupełnienie obydwu ciągów reakcji, tzn. poprawne wpisanie przemian w każdym ciągu reakcji oraz prawidłowe wpisanie izotopu pośredniego, z uwzględnieniem jego liczb atomowych i masowych.
1 p. – prawidłowe uzupełnienie jednego ciągu reakcji, tzn. poprawne wpisanie przemian w jednym ciągu reakcji oraz prawidłowe wpisanie izotopu pośredniego, z uwzględnieniem jego liczb atomowych i masowych
lub
– prawidłowe wpisanie przemian w obu ciągach rekcji i błędy w identyfikacji izotopów pośrednich.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawne odpowiedzi

Pierwszy możliwy ciąg reakcji: $^{210}_{83}\text{Bi} \xrightarrow{\beta^-} \boxed{^{210}_{84}\text{Po}} \xrightarrow{\alpha} {}^{206}_{82}\text{Pb}$

Drugi możliwy ciąg reakcji: $^{210}_{83}\text{Bi} \xrightarrow{\alpha} \boxed{^{206}_{81}\text{Tl}} \xrightarrow{\beta^-} {}^{206}_{82}\text{Pb}$

Zadanie 15. (0–1)

Schemat punktowania
1 p. – zaznaczenie poprawnej odpowiedzi.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź
A – 1

Zadanie 16.1. (0–2)

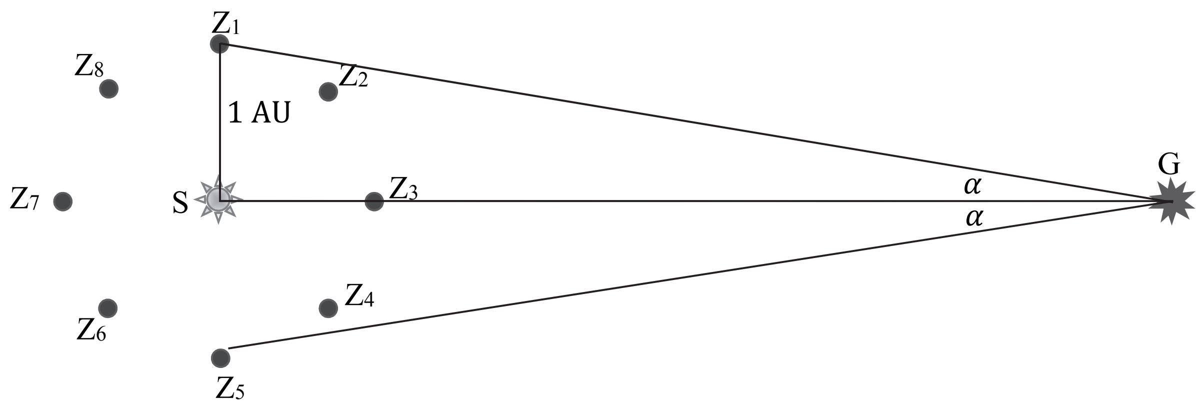
Schemat punktowania

2 p. – prawidłowe narysowanie kierunków Z_1G (lub Z_5G) oraz Z_3G (lub Z_7G) i wpisanie pomiędzy nimi kąta α, lub narysowanie kierunków Z_1G oraz Z_5G i wpisanie pomiędzy nimi kąta 2α i prawidłowe oznaczenie odcinka o długości 1 AU (odcinek Z_iS).

1 p. – prawidłowe narysowanie i oznaczenie odcinka o długości 1 AU
lub
– prawidłowe narysowanie kierunków obserwacji i oznaczenie kąta α.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie



Zadanie 16.2 (0–1)

Schemat punktowania

1 p. – prawidłowe zapisanie wzoru.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Przykładowe rozwiązanie

Zapisanie jednego ze wzorów (gdzie $d = \mathrm{SG}$ oraz $|\mathrm{SZ}_1| = 1$ AU, ponadto $|\mathrm{Z}_1\mathrm{G}| \approx |\mathrm{SG}|$, a kąt α wyrażony jest w radianach):

$$\frac{|\mathrm{SZ}_1|}{|\mathrm{SG}|} = \mathrm{tg}\,\alpha \quad \rightarrow \quad d = \frac{1\ \mathrm{AU}}{\mathrm{tg}\,\alpha} \quad \text{lub} \quad d \approx \frac{1\ \mathrm{AU}}{\sin\alpha} \quad \text{lub} \quad d \approx \frac{1\ \mathrm{AU}}{\alpha\ [\mathrm{rad}]}$$

Zadanie 16.3 (0–1)

Schemat punktowania

1 p. – zapisanie prawidłowej odpowiedzi.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Przykładowa odpowiedź

Dalej od Słońca jest gwiazda Syriusz, ponieważ kąt paralaksy heliocentrycznej dla tej gwiazdy jest mniejszy.

Zadanie 17.1. (0–2)

Schemat punktowania

2 p. – zapisanie, że należy znać częstotliwości fali promieniowania (lub długości fali): f_{max} – zarejestrowaną, gdy gwiazda się zbliża do obserwatora i ma największą prędkość; f_{min} – zarejestrowaną, gdy gwiazda się oddala od obserwatora i ma największą prędkość *lub* jedną z wymienionych i f_0 – częstotliwość promieniowania w układzie spoczynkowym gwiazdy.

1 p. – odpowiedzi niepełne (np. „mierzy się maksymalną i minimalną częstotliwość promieniowania”, bez odwołania się do ich związku z ruchem gwiazdy).

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowa odpowiedź

Sposób 1

W opisanym w zadaniu przypadku ruchu gwiazdy, wystarczy znać maksymalną długość (lub minimalną częstotliwość f'_{min}) fali elektromagnetycznej zarejestrowanej od oddalającej się radialnie gwiazdy oraz minimalną długość (lub maksymalną częstotliwość f'_{max}) fali elektromagnetycznej zarejestrowanej od zbliżającej się radialnie gwiazdy. Wielkości te rejestrowane są gdy gwiazda ma największą prędkość radialną zwróconą od nas, następnie do nas.

Uwaga dodatkowa 1: Wynika to ze wzoru na efekt Dopplera (poniżej relatywistyczne wzory, gdy źródło oddala się radialnie od obserwatora i gdy zbliża się radialnie do obserwatora):

$$f'_{min} = f\sqrt{\frac{c-v}{c+v}} \qquad f''_{max} = f\sqrt{\frac{c+v}{c-v}} \qquad \rightarrow \qquad v = \frac{1-\frac{f'_{min}}{f''_{max}}}{1+\frac{f'_{min}}{f''_{max}}}\cdot c$$

Sposób 2

Należy znać długość λ' (lub częstotliwość f') fali elektromagnetycznej zarejestrowanej od oddalającej się radialnie (lub zbliżającej się radialnie) gwiazdy i odpowiadającą jej długość λ (lub częstotliwość f) tej fali w układzie spoczynkowym gwiazdy.

Uwaga dodatkowa do 2: Wynika to ze wzoru na efekt Dopplera (poniżej relatywistyczny wzór, gdy źródło oddala się radialnie od obserwatora)

$$f' = f\sqrt{\frac{c-v}{c+v}} \qquad \rightarrow \qquad v = \frac{1-\left(\frac{f'}{f}\right)^2}{1+\left(\frac{f'}{f}\right)^2}\cdot c$$

Uwaga

Uzasadnienia odwołujące się do znanych uczniom wzorów na efekt Dopplera należy uznać.

Zadanie 17.2. (0–1)

Schemat punktowania

1 p. – poprawne wszystkie zaznaczenia.

0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź

1. **F** 2. **F** 3. **P**

Zadanie 17.3. (0–1)

Schemat punktowania

1 p. – prawidłowe wyjaśnienie odwołujące się do tego, że większa masa planety oznacza większe oddziaływanie grawitacyjne z gwiazdą, co przekłada się na większe zmiany prędkości gwiazdy, które z kolei jest łatwiej obserwować.

0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Przykładowa odpowiedź

Badanie zmian prędkości radialnej gwiazdy związane jest z badaniem zmian periodycznego przesuwania się widma tej gwiazdy. Zmiany widma łatwiej jest badać, gdy są większe: tzn. gdy zmiany prędkości radialnej mają większą amplitudę. Gdy planetarny towarzysz gwiazdy ma większą masę, to:

1) środek masy układu jest bardziej oddalony od środka gwiazdy, a zatem ruch gwiazdy odbywa się po większej orbicie (co prowadzi do większych zmian prędkości).
2) siła oddziaływania grawitacyjnego pomiędzy gwiazdą i planetą jest większa, w związku z czym gwiazda uzyskuje większe zmiany prędkości.

Uwaga,

powyższe wyjaśnienia jakościowe mogą być poparte – lub zastąpione – ścisłym wzorem związanym z uwzględnieniem ruchu obu ciał względem środka ich masy:

$$\omega^2 = \frac{G(M+m)}{d^3}$$

gdzie d jest odległością pomiędzy ciałami. Widzimy, że jeżeli w powyższym wyrażeniu masa planety m rośnie, to rośnie także (dla ustalonego d) prędkość kątowa ω (zatem i liniowa) każdego z ciał – oznacza to wzrost zmian prędkości w kierunku obserwacji.

Zadanie 17.4. (0–1)

Schemat punktowania

1 p. – poprawne wymienienie zjawisk obserwowanych w metodzie tranzytu oraz zapisanie wielkości (co najmniej jednej), które można szacować na podstawie tych obserwacji.

0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Przykładowa odpowiedź

W metodzie tranzytu obserwuje się regularne pociemnienia promieniowania spowodowane przejściem planety na tle tarczy gwiazdy. Rejestruje się związane z tym spadki natężenia promieniowania gwiazdy oraz czas trwania tych spadków natężenia promieniowania. Na podstawie tych wielkości szacuje się rozmiary planety oraz okres jej ruchu orbitalnego.